

I. megoldás. Kössük össze a C és a B' pontokat. Mivel B' felezi AA' -t, azért CB' felezi az $AA'C$ háromszög területét, és mivel A' felezi CC' -t, azért $B'A'$ felezi a $CB'C'$ háromszög területét.

Az $AA'C$ háromszög területe így kétszer akkor, mint az $A'B'C'$ háromszögé, és hasonlóan kapjuk ugyanezt az $AB'B$ és a $CC'B$ háromszögekre.

Az ABC háromszög területe tehát $2 + 2 + 2 + 1 = 7$ -szer akkora, mint az $A'B'C'$ háromszög területe.

II. megoldás. Belátjuk, hogy a CC' egyenes harmadolja az AB szakaszt. CC' a P -ben metszi az AB -t. B' -n keresztül húzunk párhuzamost a CC' -vel. Ez az egyenes AB -t Q -ban metszi. A párhuzamos szelők tétele alapján, mivel $AB' = B'A'$, így $AQ = QP$. Ugyanígy, mivel $BC' = C'B'$, így $BP = PQ$. Vagyis $AQ = QP = PB$.

A B , C és C' pontokon keresztül húzunk párhuzamost $A'B'$ -vel. Ekkor az előbb bizonyítottak alapján ezeknek a párhuzamosoknak a távolságai egyenlők. Hasonlóan, a B , B' és A pontokon keresztül $A'C'$ -vel húzott párhuzamosok távolságai is egyenlők.

Kaptunk 9 db egybevágó paralelogrammából álló nagy paralelogrammát, amely magában foglalja az ABC és $A'B'C'$ háromszögeket.

A nagy paralelogramma területéből levonva az EBA , BFC és CDA háromszögek területét, az ABC háromszög területét kapjuk (a kis paralelogramma területét tekintjük egységnyinek):

$$T_{ABC} = 9 - 3 - \frac{3}{2} - 1 = \frac{7}{2}, \quad T_{A'B'C'} = \frac{1}{2}.$$

Vagyis a területek aránya $1 : 7$.

Borgátoi Diána (Székesfehérvár, Tóparti Gimn. és Művészeti Szki., 10. o.t.)

