Legyen a feltételnek megfelelő tetraéder $DEGH$. Legyen F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 és F_6 rendre a DH, DE, EG, GH, EH és DG élek felezőpontja. Az E csúcsban találkozó élek 5, $\sqrt{34}$ és $\sqrt{41}$ hosszúak, legyen pl. $ED=5$, $EH=\sqrt{41}$ és $EG=\sqrt{34}$. Ha $DG=5$ lenne, akkor a D csúcsból két darab 5 hosszúságú él lépne ki, és hasonlóan, ha $DG=\sqrt{34}$ lenne, akkor a G csúcsban találkozó élek közül lenne kettő $\sqrt{34}$; így $DG=\sqrt{41}$, és $DE=5$ és $DG=\sqrt{41}$, miatt $DH=\sqrt{34}$. Mivel $GE=\sqrt{34}$ és $GD=\sqrt{41}$, ezért $GH=5$.

Felhasználjuk, hogy egy tetszőleges háromszögben $s_a^2=\dfrac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$, ahol a háromszög oldalai a, b és c, az a-hoz tartozó súlyvonal pedig s_a. (Ez az állítás lényegében a *Geometriai feladatok gyűjteménye* II. 289. feladatának következménye.)

F_1E a DEH háromszög súlyvonala, így $F_1E^2=\dfrac{2DE^2+2HE^2-DH^2}{4}=24,5$.

F_1G a DGH háromszög súlyvonala, így $F_1G^2=\dfrac{2DG^2+2GH^2-DH^2}{4}=24,5$.

F_1F_3 az EF_1G háromszög súlyvonala, így $F_1F_3^2=\dfrac{2F_1E^2+2F_1G^2-EG^2}{4}=16$, ezért $F_1F_3=4$.

Hasonlóan kapjuk a HEG háromszögben: $F_4E_2=31,25$, a DGH háromszögben: $F_4D_2=31,25$, a DF_4E háromszögben: $F_2F_4=5$, továbbá a DEH háromszögben: $F_5D_2=19,25$, a HGE háromszögben: $F_5G_2=19,25$, a DF_5G háromszögben $F_5F_6=3$.

A tetraéder szemközti éleinek felezőpontjait összekötő szakaszok hossza rendre 3, 4 és 5; mégpedig úgy, hogy a $\sqrt{41}$ hosszú élek felezőpontjait a 3, a $\sqrt{34}$ hosszú élek felezőpontjait a 4, az 5 hosszúságú élek felezőpontjait az 5 hosszú szakasz köti össze.

Szekeres Balázs (Szolnok, Verseghy Ferenc Gimn., 10. o.t.)

Megjegyzés. Megmutatható, hogy a feladatban szereplő tetraéder bennfoglaló paralelepipedonja téglatest. Ha a téglatest éleinek hossza a, b, c, akkor Pitagorasz tétele szerint: $a^2+b^2=25$, $b^2+c^2=41$, $c^2+a^2=34$. Ebből az egyenletrendszerből: $a=3$, $b=4$, $c=5$. Ezek az élhosszak most éppen megegyeznek a tetraéder szemközti éleinek felezőpontjait összekötő szakaszok hosszával.