Egy háromszöget egyetlen vágással vagy két háromszögre, vagy egy háromszögre és egy négyszögre lehet darabolni. Ezért, mivel a részek között kell lennie háromszögnek is, ha két vágással három egybevágó részt kapunk, akkor mindhárom rész háromszög.

Kell, hogy legyen (legalább) egy olyan pont, amely mind a három háromszögnek határpontja. Ha ugyanis ilyen nem volna, akkor két egybevágó háromszöget a harmadik szétválasztana; ez egy-egy oldalon szomszédos volna a két szétválasztandó háromszöggel, ezen kívül további egy-egy oldalnak kellene biztosítani, hogy a két szélső háromszög határponton se érjen össze, így a középső háromszögben négy oldalnak kellene lennie.

A közös határpont helyzete háromféle lehet:

I. a határpont az eredeti háromszög belsejében van;

II. a határpont egy csúcsban van;

III. a határpont egy oldal belső pontja.

I. Ekkor biztos, hogy az egyik vágás végpontja a másiknak közbülső pontja, ugyanis különben nem kapnánk 3 háromszöget. Továbbá ahhoz, hogy háromszögeket kapjunk, mindkét vágás egyik végpontjának csúcsban kell lennie. Tehát a darabolás csak az *1. ábra* szerinti lehet. Az ábra betűzését használva, mivel $PQC\sphericalangle + CQB\sphericalangle = 180°$, ezek nem lehetnek a két egybevágó háromszögnek két különböző szöge, így csak $PQC\sphericalangle = CQB\sphericalangle = 90°$ lehet. Hasonló okokból $APB\sphericalangle = CPB\sphericalangle = 90°$. Ekkor pedig a CPQ háromszögben két derékszög volna, ami lehetetlen.

II. Legyen a határpont például a C csúcsban. Most az előzőhöz hasonlóan az $AQC\sphericalangle$ és a $CQP'\sphericalangle$, mivel összegük $180°$, nem lehetnek az egybevágó háromszögeknek különböző nagyságú szögei, így $AQC\sphericalangle = CQP\sphericalangle = 90°$, ugyanígy $BPC\sphericalangle = CPQ\sphericalangle = 90°$, tehát ismét két derékszög lenne a CPQ háromszögben, így ez az eset sem lehetséges.

III. Legyen most a P határpont az AC oldalon. Ekkor a két vágás egyike a szemben fekvő csúcsba, a másik egy oldal belső pontjába megy, más esetben ugyanis nem kapnánk csupa háromszög darabot. Most az előzőekhez hasonló gondolatmenet miatt $PQC\sphericalangle = PQB\sphericalangle = 90°$. Nem lehet az $APB\sphericalangle = 90°$, mert akkor a PAB háromszögben PB befogó, a PQB háromszögben pedig átfogó lenne, így nem volnának egybevágóak. A P-nél levő három szög összege $180°$. Ha az egybevágó háromszögek derékszögtől különböző szögeit α-val és β-val jelöljük, akkor vagy *a*) $2\alpha+\beta = 180°$, vagy *b*) $3\alpha = 180°$ lehet. Az *a*) eset nem fordulhat elő, hiszen $\alpha + \beta = 90°$, így *a*)-ból $\alpha = 90°$ következne. Marad tehát a *b*) eset, ekkor $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$. Ez a darabolás a *3. ábra* szerint meg is valósítható. (Az ismert $CB = 2AB$ tulajdonság miatt a kis háromszögek egybevágóak.)

Így a feladat kérdésére a válasz: létezik ilyen darabolás, és csakis akkor, ha az eredeti háromszög (és egyúttal a keletkezett rész-háromszögek is) a derékszögű és $60°$-os szögű háromszög, és a darabolás csak a III. esetben leírtak szerinti lehet.

Rácz Béla András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)