

Legyenek a gondolt számok $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5$. Ha valamennyi kéttagú összeget összeadjuk, azt kapjuk, hogy

$$4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = 90,$$

azaz a számok összege

$$(1) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \frac{45}{2}.$$

A számok rendezése miatt $x_1 + x_2 = 6$ a legkisebb összeg, és

$$(2) \quad x_4 + x_5 = 12$$

a legnagyobb. (1)-gyel összevetve adódik, hogy

$$x_3 = \frac{45}{2} - (x_1 + x_2) - (x_4 + x_5) = \frac{9}{2}.$$

Mivel $x_3 + x_4 \leq x_3 + x_5 \leq x_4 + x_5$, ezért az utolsó előtti legnagyobb összeg $x_3 + x_5 = 11$, innen, mivel $x_3 = \frac{9}{2}$, az $x_5 = \frac{13}{2}$, (2)-ből pedig $x_4 = 12 - \frac{13}{2} = \frac{11}{2}$.

Végül $x_1 + x_2 = 6$ és $x_1 + x_3 = 7$ a következő legkisebb összeg, ahonnan

$$x_1 = 7 - x_3 = 7 - \frac{9}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{és} \quad x_2 = 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2}.$$

A gondolt számok tehát nagyság szerint: $\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$ és $\frac{13}{2}$.

Könnyen ellenőrizhetjük, hogy valamennyi felsorolt kéttagú összeg előfordul, hiszen

$$\begin{array}{cccccc} x_1 + x_2 = 6, & x_1 + x_3 = 7, & x_1 + x_4 = 8, & x_1 + x_5 = 9, & x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + x_4 = 9, & x_2 + x_5 = 10, & x_3 + x_4 = 10, & x_3 + x_5 = 11 & \text{és} & x_4 + x_5 = 12. \end{array}$$

Blaskó Ján (Budapest, Szlovák Gimn., 10. o.t.)