

Legyen a Nap felszíni hőmérséklete $T_{\text{Nap}} \approx 6000$ K, sugara R és a Nap-Föld távolság D , jelölje továbbá a lencse sugarát r , a fókusz-távolságát pedig f . A Nap által kisugárzott teljes teljesítmény

$$4R^2\pi\sigma T_{\text{Nap}}^4,$$

és ebből a lencsére jut $r^2\pi/4D^2\pi$ hányad, azaz a Nap képét

$$P = \left(\frac{R}{D}\right)^2 \pi\sigma T_{\text{Nap}}^4 r^2$$

teljesítmény világítja meg. A Nap képének a sugara

$$s = \frac{R}{D}f,$$

így

$$P = s^2\pi \left(\frac{r}{f}\right)^2 \sigma T_{\text{Nap}}^4.$$

A kép minden pontja azonos fényességű, és a kép egységnyi felületű darabjára

$$w = \left(\frac{r}{f}\right)^2 \sigma T_{\text{Nap}}^4$$

teljesítmény érkezik.

A Nap képének kialakulása. A méretarányok erősen torzítottak

Egy ezzel a teljesítménnyel megvilágított tárgy addig a T hőmérsékletig melegszik, amíg a felvett teljesítmény és a test által kisugárzott $A\sigma T^4$ teljesítmény azonos nem lesz. Mivel ez utóbbi függ a test A felületétől, T függ a melegített test alakjától is. Ha pl. a test egy elhanyagolható vastagságú $\rho \leq s$ sugarú korong lenne, akkor a felvett teljesítmény $w\rho^2\pi$, a leadott pedig $2\rho^2\pi\sigma T^4$, így $T = (1/32)^{1/4}T_{\text{Nap}}$.

Ha a test egy $\rho = s$ sugarú gömb, a felvett teljesítmény éppen P , a leadott pedig $4s^2\pi\sigma T^4$, innen $T = (1/64)^{1/4}T_{\text{Nap}} \approx 2100$ K ≈ 1800 °C.

Ha a gömb sugara kisebb, mint a Nap képének sugara ($\rho < s$), akkor is ugyanennyire melegszik fel a gömb. Legyen pl. a gömb sugara 2-szer kisebb, mint a képé. Ekkor az időegységenként rá eső sugárzás energiája $\frac{1}{4}$ -e, de mivel a gömb felszíne is negyede az s sugarú gömbének, ugyanakkora hőmérsékleten 4-szer kevesebb energiát sugároz ki.

Amennyiben a gömb sugara nagyobb, mint a Nap képének sugara, továbbá az anyaga elég jó hővezető, akkor a hőmérséklete kisebb lesz, mint a fentebb számított érték, hiszen a napfényből kapott energiát nagyobb felületen sugározza ki, mint a korábban számított esetben.

Több dolgozat alapján

Megjegyzések. 1. A kapott eredmény (az, hogy egy lencsével nem tudunk akármekkora hőmérsékletűre felmelegíteni egy piciny testet) elég meglepő. A Nap messze van ugyan tőlünk, de a mérete (látószöge) természetesen véges, emiatt a képe sem pontszerű, hanem egy kicsiny korong. Ennek a képnek a fényessége (egységnyi felületre jutó energiája) határozza meg a melegített test maximális hőmérsékletét. Ez a hőmérséklet nem lehet nagyobb, mint a Nap felszíni hőmérséklete. Ténylegesen $T < T_{\text{Nap}}$, méghozzá az r/f hányadostól függő mértékben marad el a felmelegedő test hőmérséklete a Napétól. Emiatt az r/f hányados a lencse „fényerejére” jellemző mennyiség.

2. Az r/f arány elvben 1-nél nagyobb is lehet, sőt, $r \gg f$ is elképzelhető. A levezetett képlet alapján ilyenkor látszólag $T > T_{\text{Nap}}$ hőmérséklet is kialakulhatna, ez azonban ténylegesen nem igaz. A levezetés során hallgatólagosan kihasználtuk, hogy a leképezésben résztvevő sugarak az optikai tengelyhez közel haladnak. Ha ez nem teljesül (gondoljunk pl. egy nagy parabolatükörré), a számításokat elvégezve minden esetben $T < T_{\text{Nap}}$ hőmérsékletet kapunk. Bebizonyítható, hogy lineáris (a szuperpozíció lehetőségét megengedő) optikai leképezőrendszerrel semmiképp nem lehetséges pusztán napenergiát használva a Nap felszíni hőmérsékletét túlszárnyalni. Ez az elvi korlát a hőtan második főtételével áll kapcsolatban.

3. Megfontolásaink során feltételeztük, hogy a Nap sugárzása akadálytalanul eljut a Föld felszínére. A valóságban a Föld légköre a sugárzás számottevő részét visszaveri, illetve elnyeli, ezen hatások figyelembe vétele még tovább csökkenti az elérhető hőmérsékletet.

4. Ha a kicsiny testet napenergiával, de nem (lineáris) optikai eszközökkel melegítjük, akkor a fenti elvi korlát érvényét veszti. Megtehetjük pl. azt, hogy napelemekkel nappal elektromos energiát nyerünk, azzal feltöltünk egy akkumulátort, majd az akkumulátort éjszaka egy elektromos ívkisülés létrehozására használjuk. Az ívkisülés nyilván nem „emlékszik” már annak a testnek (esetünkben a Napnak) a hőmérsékletére, amelyből a tárolt energia származott.

