**I. megoldás.** A második egyenlőség mindkét oldalát megszorozzuk $abc=1$-gyel:

$$a+b+c=bc+ac+ab.$$

Mindkét oldalhoz hozzáadhatunk $0=(1-abc)$-t:

$$a+b+c=1+bc+ac+ab-abc.$$

Rendezéssel:

$$0=1-a-b-c+bc+ac+ab-abc, 0=(1-a)(1-b)(1-c).$$

Mivel a szorzat valamelyik tényezője 0, $a$, $b$, $c$ valamelyike 1.

**II. megoldás.** A második egyenletet $abc=1$-gyel szorozva $a+b+c=ab+bc+ca$ adódik. Ezt a közös értéket $u$-val jelölve, az $a$, $b$, $c$ számok mindegyike gyöke az $f(x)=x^3-ux^2+ux-1=0$ egyenletnek, sőt az egyenletnek nincs is más gyöke, hiszen

$$(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-ux^2+ux-1.$$

Mivel $f(1)=1-u+u-1=0$, azért az $a$, $b$, $c$ valamelyike valóban 1.

*Papp Dávid* (Budapest, Szent István Gimn., 12. o.t.)