A jobb oldalon egyszerűsítve és mindkét oldalból 1-et kivonva,

$$\frac{p^{2n+1}-1}{p-1}-1=(q^2+q+1)-1p^{2n+1}-p=(p-1)(q^2+q)p(p^n-1)(p^n+1)=(p-1)q(q+1).(2)$$

A bal oldalon valamelyik tényező osztható a jobb oldalon szereplő q prímszámmal; ez a tényező legalább q. Mivel a legnagyobb tényező a p^n+1, $p^n+1\ge q$ minden esetben teljesül. Ezt a becslést alkalmazzuk (2) jobb oldalán:

$$p(p^n-1)(p^n+1)\le(p-1)(p^n+1)(p^n+2)p\cdot(p^n-1)\le(p-1)(p^n+2)p^n+2\le 3p.(3)$$

Ha p vagy n legalább 3, akkor $p^n=p^{n-1}\cdot p\ge 3p$, vagyis (3) nem teljesülhet. Tehát csak $p=n=2$ lehetséges. Ezt behelyettesítve (2)-be $q(q+1)=30$, azaz $q=5$.

A feladat egyetlen megoldása tehát $p=2$, $q=5$ és $n=2$.

Csóka Endre (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 10. o.) dolgozata alapján