Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy a kör sugara egységnyi. Legyen a kör középpontja O, a szabályos n-szög egyik oldala A_1A_2, a hozzá tartozó középponti szög $\dfrac{2\pi}{n}$, az A_1A_2 szakasz felezőpontja F.

Az A_1OA_2 háromszög területe $\dfrac{1\cdot 1\cdot \sin\frac{2\pi}{n}}{2}$, így a sokszög területe

$$T=\frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}.$$

Legyen $A_1A_2=2x$, ahol $x=\sin\dfrac{\pi}{n}$ az OA_1F derékszögű háromszögből. A sokszög kerülete:

$$K=n2x=2n\sin\frac{\pi}{n}.$$

A pontos érték és a közelítő érték különbségének arányát a pontos értékhez relatív hibának nevezzük.

Írjuk fel a terület és a kerület relatív hibáját.

$$T_h=\frac{\pi-\frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}}{\pi}=1-\frac{n\sin\frac{2\pi}{n}}{2\pi}, K_h=\frac{2\pi-2n\sin\frac{\pi}{n}}{2\pi}=1-\frac{2n\sin\frac{\pi}{n}}{2\pi}.$$

Képezzük a terület és kerület relatív hibájának különbségét.

$$T_h-K_h=\frac{2n\sin\frac{\pi}{n}}{2\pi}-\frac{n\sin\frac{2\pi}{n}}{2\pi}=\frac{n}{\pi}\left(2\sin\frac{\pi}{n}-\sin\frac{2\pi}{n}\right).$$

Az $\dfrac{n}{2\pi}>0$, és $0<\dfrac{\pi}{n}<\dfrac{\pi}{2}$, mivel n legalább 3.

Felhasználjuk a $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ összefüggést, ekkor a zárójelben lévő különbség:

$$2\sin\frac{\pi}{n}-\sin\frac{2\pi}{n}=2\sin\frac{\pi}{n}-2\sin\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}=2\sin\frac{\pi}{n}\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right).$$

A $0<\dfrac{\pi}{n}<\dfrac{\pi}{2}$ összefüggés miatt $\sin\dfrac{\pi}{n}>0$ és $\cos\dfrac{\pi}{n}<1$, azaz $1-\cos\dfrac{\pi}{n}>0$.

A relatív hibák különbsége pozitív, vagyis a körbe írt szabályos sokszöggel számolva a kör kerületét kisebb relatív hibával tudjuk közelíteni, mint a területet.

Erdei Zsuzsa (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 10. o.t.)