

Az ideális gázok $pV = NkT$ állapotegyenletét az $\varepsilon = N/V$ jelöléssel (ε az egységnyi térfogatban található részecskék átlagos száma)

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{p}{kT}$$

alakban is felírhatjuk. Másrészt a barometrikus magasságformula szerint állandó hőmérsékleten, homogén gravitációs térben a részecskeszám-sűrűség exponenciálisan változik:

$$(2) \quad \varepsilon(h) = \varepsilon(0) \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}},$$

ahol m a gázcsepp tömege. A fenti két egyenlet összevetéséből az látszik, hogy ha elhanyagoljuk a hőmérséklet és a gravitációs erők nagyságának változását, akkor a gáz nyomása a magasság exponenciálisan csökkenő függvénye, összhangban a feladat szövegében szereplő feltételezéssel. A (2) egyenlet szerint a csökkenés üteme az m részecske tömegtől is függ; leggyorsabban a nagyobb móltömegű gázcsepp (nitrogén, oxigén) száma csökken, a könnyű hidrogén pedig sokkal lassabban.

Az (1) egyenletet a Föld felszínének közelében levő gázra alkalmazva

$$\varepsilon_{\text{föld}} = \frac{p_0}{kT_0} \approx \frac{10^5 \text{ Pa}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K)} \cdot 300 \text{ K}} = 2,5 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3},$$

az űrben pedig a megadott számérték:

$$\varepsilon_{\text{űr}} = 10^6 \frac{1}{\text{m}^3}.$$

A nyomás megadott csökkenési ütemét (1)-gyel összevetve

$$\frac{\varepsilon_{\text{űr}}}{\varepsilon_{\text{föld}}} = \frac{p_{\text{űr}}}{p_{\text{föld}}} = 2^{-\frac{h}{5500 \text{ m}}},$$

ahonnan a világűr „kezdetének” távolságára

$$h = 5500 \text{ m} \cdot \log_2 (\varepsilon_{\text{űr}}/\varepsilon_{\text{föld}}) \approx 355 \text{ km}$$

adódik.

Megjegyzések. 1. A napszél miatt a részecskesűrűség még jóval a légkörhatáron túl is nagyobb, mint 1 db/cm^3 .

Nyúl László (Kecskemét, Katona J. Gimn., III. o. t.)

2. A megoldásban szereplő néhány száz km-es magasságban a tényleges hőmérséklet lényegesen eltér a felszínen mérhetőtől, emiatt az (1) egyenletet, illetve a barometrikus magasságformula módosított alakját kell használnunk. A mérések szerint 300 km magasan a hőmérséklet 1360 K, 20 km magasságban viszont mindössze 220 K.

Németh Ákos (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o. t.)

3. Sokan feltételezték, hogy a gáz tömegsűrűsége állandó hőmérsékleten a nyomással egyenesen arányos, vagyis $p_{\text{űr}}/\rho_{\text{űr}} = p_{\text{felszíni}}/\rho_{\text{felszíni}}$. Ez azonban nem igaz, hiszen a levegő gázkeverék, az átlagos móltömege az összetétel változása miatt különböző magasságokban különböző. Ugyancsak indokolatlan a gázcsepp átlagos mozgási energiájával számolni, ez a szabadsági fokok számának módosulása miatt nem ugyanakkora a földfelszínen, mint nagy magasságban.

4. A gravitációs erőtér nagyságának változását néhány száz km-es magasságokig jó közelítéssel elhanyagolhatjuk.