

A mozgás akkor válik (*pillanatnyilag*) egyenletessé, amikor a henger szöggyorsulása nulla, vagyis amikor a hengerre ható erők forgatónyomatéka nulla. A hengerre a következő erők hatnak: a szalag húzó ereje, a súrlódási erő a csapágyánál, a súlyerő (a henger saját súlya) és a csapágyban fellépő (függőleges irányú) reakcióerő. Az utóbbi két erő forgatónyomatéka nyilvánvalóan nulla, és a szalag húzó ereje, ha a szöggyorsulás nulla (és csak ekkor) egyenlő a kötélre akasztott test súlyával. A mozgás egyenletessé  $x$  fordulat után válik. Így a forgatónyomatékok összege:

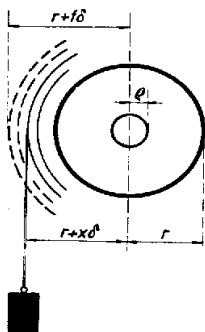
$$mg[(f-x)\delta + r] - F\varrho = 0.$$

Innen

$$x = f + \frac{r}{\delta} - \frac{F\varrho}{mg\delta}.$$

Behelyettesítve adatainkat azt kapjuk, hogy  $x = 30$  fordulat után válik a mozgás egyenletessé.

A szalag végén lógó test sebességét az energiatétel segítségével kaphatjuk meg. A test helyzeti energiája átalakul mozgási energiává, a henger forgási energiájává és súrlódási munkavégzés is van.



1. ábra

Legyen  $h$  a letekeredett fonál hossza,  $v$  a test sebessége,  $\omega$  a henger szögsebessége,  $x$  fordulat után a szalag spirális sugara

$$r + (f-x)\delta,$$

vagyis a szögsebesség és a test sebessége (kerületi sebesség) közötti összefüggés:

$$\omega = \frac{v}{r + (f-x)\delta}.$$

A mozgás kezdetekor a szalag spirális sugara  $r + f\delta$  volt. Mivel az egymás után következő fordulatokban a körök sugarai számtani sorozatot alkotnak, az  $x$  fordulat alatt lecsavarodott szalag hosszát a kezdeti és végső sugarak számtani középátlójával számolhatjuk:

$$h = x \cdot 2\pi \frac{[r + f\delta] + [r + (f-x)\delta]}{2} = x\pi[2r + 2f\delta - x\delta].$$

(Itt kihasználtuk azt, hogy  $\delta \ll r$ , vagyis a szalag elég vékony és a spirális meneteit jó közelítéssel körnek tekinthetjük.)  
 $x$  fordulat alatt a súrlódási erő munkája  $x \cdot 2\varrho\pi F$ . Így az energia megmaradását a következőképpen írhatjuk fel:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + x \cdot 2\varrho\pi F,$$

ahol  $I = (1/2)Mr^2$  a henger tehetetlenségi momentuma, egyenletes anyageloszlást feltételezve.

Az energiaegyenletbe behelyettesítve  $I$ ,  $h$  és  $\omega$  értékeit, kifejezhetjük  $v$ -t az  $x$ -edik fordulatban:

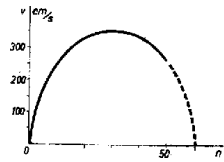
$$v = \left[ \frac{mgx\pi[2r + 1f\delta - x\delta] + 2\varrho\pi xF}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{4} \frac{Mr^2}{[r + (f-x)\delta]}} \right]^{1/2}$$

Számadatainkkal:

$$v = 352 \text{ cm/s.}$$

*Herneczki István* (Sopron, Széchenyi I. g. IV. o. t.)

*Megjegyzés.* 1. A sebességet mint az  $x$  fordulat függvényét az utolsó képlet adja meg. A 2. ábrán felrajzoltuk a  $v(x)$  függvényt.



2. ábra

Látható, hogy a 30. fordulattal a sebesség nő, ezután csökkenni kezd, mert most a súrlódás forgatónyomatéka fékez. A leállásig megtett fordulatok száma a sebesség képletéből  $[v(x)]$  számítható:

$$v(x_0) = 0, \quad \text{vagyis}$$

$$x_0 = 2f + 2\frac{r}{\delta} - \frac{2qF}{mg\delta}.$$

Nálunk csak  $x = 50$ -ig forog, mivel elfogy a szalag.

2. Sok dolgozatot nem fogadtunk el teljes értékűnek, mivel hiányos volt bennük az indokolás. Nem utaltak arra, hogy a szalag húzó ereje azért egyezik meg  $mg$ -vel, mert a gyorsulás nulla.