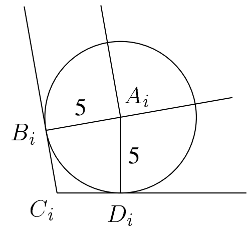
Legyen $A_1A_2\dots A_n$ egy konvex n-szög ($n \geq 3$). Vizsgáljuk meg, mi történik az A_i csúcsnál a transzformáció után. Legyenek A_i merőleges vetületei az eltolt oldalegyeneseken B_i és D_i, az egyenesek metszéspontja pedig C_i. Mivel A_iB_i és A_iD_i is 5 cm, azért B_i és D_i rajta van az A_i körüli 5 cm sugarú körön, továbbá C_iB_i és C_iD_i a kör érintői, hiszen $A_iB_iC_i$ és $A_iD_iC_i$ derékszög.



1. ábra

Vizsgáljuk a $B_iA_iD_i$ szögek összegét. Ezek a konvex sokszög A_i-nél lévő belső szögeinek kiegészítő szögei (a két derékszög miatt). Így

$$\sum_{i=1}^{n} B_iA_iD_i = n \cdot 180^\circ - (n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ.$$

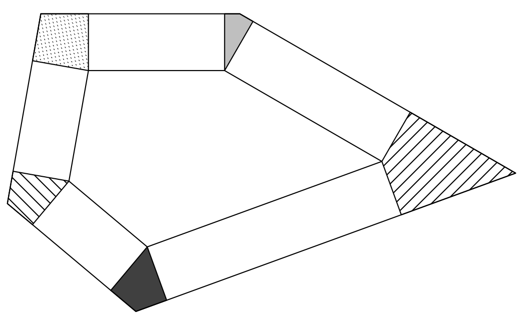
Emiatt az $A_iB_iC_iD_i$ négyszögeket az egyenlő hosszú, 5 cm-es oldalaiknál összeillesztve egy n oldalú érintősokszöget kapunk, amelynek beírt köre az 5 cm sugarú kör.

Állítjuk, hogy az érintősokszög K kerülete nagyobb a beírt kör kerületénél. Ez azért igaz, mert a sokszöget felbonthatjuk olyan háromszögekre, amelyek egyik oldala a sokszög oldala, ezzel szemközti csúcsa pedig a kör középpontja. Ezek közös magassága r, a kör sugara. A háromszögek területének összege tehát $\frac{Kr}{2}$. Ez nagyobb, mint a kör területe, tehát $r^2\pi < \frac{Kr}{2}$. Ebből pedig valóban $2r\pi < K$. A feladatban $r = 5$ cm. Ezt behelyettesítve: $2 \cdot 5 \cdot \pi < K$, ahonnan $30 < K$ következik.

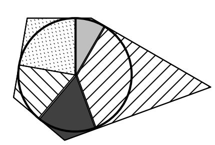
Vegyük még észre, hogy az érintősokszög kerülete éppen annyi, amennyivel az eredeti sokszög kerülete nőtt a transzformáció után, és így a növekedés értéke valóban több, mint 30 cm.

Hablicsek Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)

Megjegyzés. A fenti megoldás szemléltethető a következőképpen (*2.*, *3. ábra*):



2. ábra



3. ábra