

Ha 1999^{1999} felírható egymás után következő természetes számok összegeként, akkor valamely $a \geq 0$, $n \geq 1$ egész számok esetén

$$1999^{1999} = (a + 1) + (a + 2) + \dots + (a + n) = n \cdot a + (1 + 2 + \dots + n) == n \cdot a + \frac{n(n + 1)}{2} = \frac{n(n + 2a + 1)}{2},$$

azaz $2 \cdot 1999^{1999} = n(n + 2a + 1)$.

Mivel 1999 prímszám, így $2 \cdot 1999^{1999}$ minden osztója vagy 1999^k ($k = 0, \dots, 1999$), vagy $2 \cdot 1999^k$ ($k = 0, \dots, 1999$) alakú.

Ha $n = 1999^k$, akkor $n + 2a + 1 > n$ miatt $0 \leq k \leq 999$ lehet, ekkor $n + 2a + 1 = 2 \cdot 1999^{1999-k}$, innen $a = 1999^{1999-k} - \frac{1999^k + 1}{2}$ valóban pozitív és egész is, hiszen 1999^k páratlan. Ebben az esetben tehát 1000-féle n és hozzá tartozó a megoldás lesz.

Ha $n = 2 \cdot 1999^k$, akkor újra $n + 2a + 1 > n$ miatt csak $0 \leq k \leq 999$ lehet, ekkor $n + 2a + 1 = 1999^{1999-k}$, innen $a = \frac{1999^{1999-k} - 1}{2} - 1999^k$ ismét pozitív egész, mivel 1999^{1999-k} páratlan. Így most is 1000 megoldást kapunk.

Nyilvánvaló, hogy a kapott 2000-féle felírás különböző, más felírás pedig nem lehetséges.

Koch Dénes (Linz, Akad. Gymn., 11. o.t.)