Legyen k rögzített pozitív egész. Tetszőleges n-re jelölje 2^n tízes számrendszerbeli felírásában c_n az utolsó k számjegy által alkotott egészt, b_n az előtte levő $3k$ jegy által alkotott számot, végül a_n az összes ezek előtt álló számjegyből alkotott számot.

$$2^n = 10^{4k}a_n + 10^k b_n + c_n,$$

ahol $0 \le b_n < 10^{3k}$ és $0 < c_n < 10^k$. (A c_n nem lehet 0, mert például 2^n utolsó jegye sem 0.)

Ha $n \ge 4k$, akkor a $10^k b_n + c_n = 2^n - 10^{4k}a_n$ szám osztható 2^{4k}-nal, a c_n szám viszont nem, mert $0 < c_n < 10^k < 2^{4k}$. Emiatt b_n nem lehet 0.

Legyen most $n \ge 4^m$, és tekintsük 2^n utolsó 4^m jegyét. Az előbbi meggondolást $k = 4^0, 4^1, \dots, 4^{m-1}$-re megismételve ki tudunk jelölni összesen m darab olyan páronként diszjunkt számjegyhalmazt, amelyek mindegyikében szerepel legalább egy 0-tól különböző számjegy. Ezért $n \ge 4^m$ esetén $S(2^n) > m$. A határárték tehát tetszőleges valós számnál nagyobb: ∞.

$$2^n = \boxed{\quad a_n \quad}\underbrace{\boxed{\qquad b_n \qquad}}_{3k\text{ jegy}}\underbrace{\boxed{\ c_n\ }}_{k\text{ jegy}},$$