

Bármelyik pont körül forgatunk körbe egy egyenest, az egyenes két oldalán levő pontok számának a különbsége mindig 1-gyel nő vagy csökken, és 180 fok elfordulás után ez a különbség az ellentettjére változik. Ebből következik, hogy van olyan állása a forgó egyenesnek, amikor a szóban forgó különbség 0. Így minden pontból indul ki felező szakasz. A felező szakaszok száma ezért pontosan akkor n , ha mindegyik pontból pontosan egy felező szakasz indul ki.

Tegyük fel, hogy van két felező szakasz, amelyek nem metszik egymást. Könnyű meggondolni, hogy a két felező szakasz nem lehet párhuzamos. (A párhuzamosságot a pontok kis elmozdításával is elkerülhetnénk.) Az egyik felező szakasz egyenese (e) a másik szakasznak (AB -nek) mondjuk A -n túli meghosszabbítását metszi. Megmutatjuk, hogy ez nem lehetséges.

Húzzunk A -n keresztül párhuzamost e -vel, legyen ez e' . Ha az $AB = f$ egyenest A körül egy nagyon kis szöggel elforgatjuk pozitív és negatív irányba, akkor az így kapott f_1 és f_2 egyenesek két oldalán ugyanazok a pontok helyezkednek el, mint az f két oldalán, kivéve a B pontot. Ezért f_1 -nek és f_2 -nek a B -t tartalmazó oldalán eggyel több pont van, mint a másikon.

Ugyanakkor az e' egyenes B -t tartalmazó oldalán kevesebb pont van, mint a másikon, mert e egy felező, amelynek B -t tartalmazó partján van az A pont, a vele párhuzamos e' egyenes B -t tartalmazó partján viszont nincs ott az A pont, ezen kívül e' -nek a B -t nem tartalmazó oldalán van az e egyenes két H -beli pontja is.

Körbeforgatva az f egyenest A körül, az f_1 és e' , illetve f_2 és e' egyenesek közti tartományban is kell lennie A kezdőpontú felező szakasznak. Az A pontból tehát legalább három felező szakasz indul ki, ami ellentmond annak az észrevételünknek, hogy a halmaz minden pontjából egy felező szakasz indul ki.

