

Adjuk össze a két egyenletet:

$$x^2 + y^2 = x, (1) \quad 2xy = y, (2)$$

azt kapjuk, hogy

$$(3) \quad (x + y)^2 = x + y.$$

Ha $x + y \neq 0$, akkor egyszerűsíthetünk vele, így az $x + y = 1$ egyenlethez jutunk, ahonnan $x = 1 - y$ helyettesítéssel

$$(2') \quad 2y(1 - y) = y,$$

Ha $y \neq 0$, akkor egyszerűsítve y -nal a $2(1 - y) = 1$ egyenletet kapjuk. Innen $y = \frac{1}{2}$ és (2)-ből $x = \frac{1}{2}$.

Ha $y = 0$, akkor (1)-ből $x = 1$ (hiszen feltettük, hogy $x + y \neq 0$).

Most térjünk vissza arra az esetre, ha $x + y = 0$, vagyis $x = -y$. Ekkor a (2) egyenletből $-2y^2 = y$ ($y \neq 0$) és így $y = -\frac{1}{2}$ és $x = \frac{1}{2}$, vagy $y = 0 = x$.

Az egyenletrendszernek 4 számpár tesz eleget:

$$x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = 0, y_2 = 0; \quad x_3 = \frac{1}{2}, y_3 = -\frac{1}{2}; \quad x_4 = 1, y_4 = 0.$$

Helyettesítéssel könnyen igazolhatjuk, hogy mind a 4 számpár valóban megoldása az egyenletrendszernek.

Megjegyzés. Koordinátageometriai úton szemléltethető az egyenletrendszer, azt is láthatjuk, hogy négy megoldást kapunk, és maguk a megoldások is szinte azonnal adódnak: (1)-et $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ alakba írva egy $C\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ középpontú, $\frac{1}{2}$ sugarú kört kapunk, (2)-t szorzattá alakítva $2y\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$, egy metsző egyenespár egyenlete. (A metszéspont a kör középpontja.)

Az egyik megoldáspárt az x tengely és a kör metszéspontjaként kapjuk: $(0, 0)$, $(1, 0)$; a másik az $x = \frac{1}{2}$ egyenletű egyenes és a kör metszéspontjaként olvasható le: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ és $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

