Jelöljük a körök által háromszorosan lefedett területrészt t_3-mal, és használjuk az *1. ábra* jelöléseit (az a, b, c, d, e, f, g a megfelelő tartományokat és azok területét is jelölik).

A feladat állítása: $t_1 \geq t_2$, azaz $3\pi = t_1 + 2t_2 + 3t_3$ miatt $t_2 + t_3 \leq \pi$. Ez $b + c + d + f \leq \pi$, ami másképpen írva

$$b \leq \pi - c - d - f = g.$$

Most nézzük a *2. ábrát* ($A_1A_2A_3 \parallel B_1B_2B_3 \parallel O_1O_2 \parallel P'P''$).

Megadunk egy

$$f : k_1 \setminus k_2 \to k_2 \setminus k_1$$

leképezést:

ha $P \in k_1 \setminus k_2$ és P az A_1A_2 és B_1B_2 között található, akkor $f(P)$-t úgy kapjuk, hogy P-t eltoljuk $2\overrightarrow{P'O_1}$-gyel;

ha pedig P például az A_1A_2 körszeletben van, akkor egy olyan csúsztatva tükrözéssel kapjuk belőle $f(P)$-t, amely az A_1A_2 szeletet a B_2B_3 körszeletbe viszi. (Hasonlóan f a B_1B_2 körszeletet az A_2A_3 szeletbe képezi.) Ezzel minden $P \in k_1 \setminus k_2$-re megadtuk $f(P)$-t.

A következő két állítás részletes bizonyítását az Olvasóra bízzuk:

a) f területtartó (Cavalieri-elv)

b) minden P-re $d(P,\ f(P))$ (azaz P és $f(P)$ távolsága) legalább 2.

Ezek szerint elég lenne belátnunk, hogy $f(b) \subset g$, mert akkor $b \leq g$ bizonyítást nyer. Tegyük fel, hogy ez nem igaz, azaz van egy $B \in b$, amelyre $f(B) \notin g$; azaz $f(B) \in d$. Ekkor B és $f(B)$ egyaránt benne vannak k_3-ban, és távolságuk legalább 2. Ez ellentmondás, hiszen nyugodtan feltehetjük, hogy nyílt körlapokkal van dolgunk.

Készen is lennénk, csak a bizonyítás során definiált f nem adható meg, ha a három kör között nincs két olyan, amely a *2. ábra* szerint helyezkedik el, azaz ha a körök közül kettő egybeesik, vagy ha semelyik két körnek nincs közös pontja. Ezek az esetek viszont triviálisak.

Csóka Endre (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 8. o.t.) megoldása alapján

Megjegyzés. Ez a megoldás működik akkor is, ha körök helyett egy szimmetrikus konvex síkidom három eltolt példányáról van szó, bár akkor egy-két rész nehezebben kezelhető.