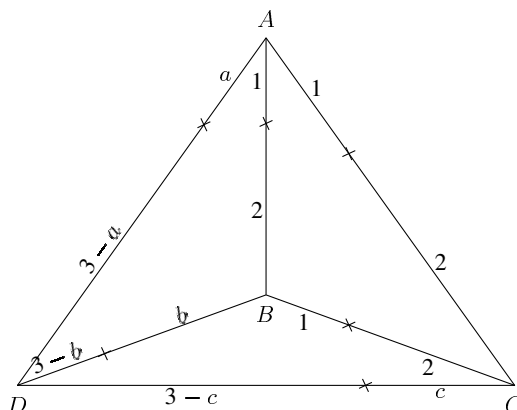


Ha egy tetraéder egy csúcsából kiinduló három éle közül az egyiket  $\lambda$ -szorosára változtatjuk, a másik kettőt pedig változatlanul hagyjuk, akkor a keletkezett új tetraéder térfogata az eredeti tetraéder térfogatának  $\lambda$ -szorosa lesz, mert a két tetraédernek lesz egy közös lapja, az ahhoz tartozó magasság pedig a párhuzamos szelők tétele miatt szintén  $\lambda$ -szorosra változik.



A harmadolóponatok által meghatározott test térfogatát úgy kaphatjuk meg, hogy az eredeti tetraéder térfogatából levonjuk annak a négy kis tetraédernek a térfogatát, amelyeket a nagy tetraéder egy-egy csúcsa, valamint az abból a csúcsból kiinduló három-három élen lévő harmadolóponatok alkotnak. Legyen az eredeti tetraéder térfogata 27 egység. Ha megjelölünk egy élen egy harmadolóponot, akkor az él közelebbi végpontjához írjunk 1-est, a távolabbi végponthoz pedig 2-est. Így a tetraéder minden csúcsához összesen három szám kerül, s e számok szorzata az első bekezdésben leírtak alapján éppen az ott levágott kis tetraéder térfogatát adja.

A tetraéder 4 csúcsához összesen 6 db 1-est írtunk, ezért feltehetjük, hogy az  $ABCD$  tetraéder  $AB$  és  $AC$  élen is 1-et írtunk  $A$ -hoz.  $B$ -t és  $C$ -t választhatjuk úgy, hogy a  $BC$  élen  $B$ -nél legyen 1. Jelöljük a  $DA$ ,  $DB$  és  $DC$  élen  $D$ -hez írt számokat rendre  $(3-a)$ ,  $(3-b)$ ,  $(3-c)$ -vel. Ekkor a levágott kis tetraéderek térfogata  $A$ -nál  $a$ ,  $B$ -nél  $2b$ ,  $C$ -nél  $4c$ ,  $D$ -nél pedig  $(3-a)(3-b)(3-c)$ . Mivel  $a$ ,  $b$  és  $c$  egymástól függetlenül 1 vagy 2 lehet, azért a következő nyolc eset lehetséges:

$a$	$b$	$c$	levágott tetraéderek össztérfogata
1	1	1	15
1	1	2	15
1	2	1	13
1	2	2	15
2	1	1	12
2	1	2	14
2	2	1	12
2	2	2	15

Tehát a harmadolóponatok által meghatározott konvex test, azaz a levágások után megmaradó test térfogata  $27 - 15 = 12$ ,  $27 - 13 = 14$ ,  $27 - 12 = 15$  vagy  $27 - 14 = 13$  lehet, vagyis a keresett hányados értéke  $\frac{12}{27}$ ,  $\frac{13}{27}$ ,  $\frac{14}{27}$  vagy  $\frac{15}{27}$ .

Béky Bence (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján