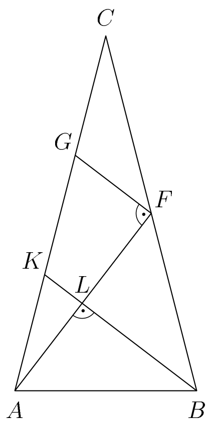
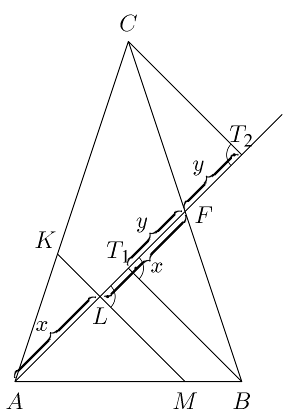
A hajtás során az A csúcs a BC szár F felezőpontjába kerül, ezért a hajtás éle megegyezik az AF szakasz – vagyis a BC szárhoz tartozó súlyvonal – felező merőlegesével. Jelöljük ennek a felező merőlegesnek és az AC, AF, AB szakaszoknak a metszéspontját rendre K, L, M-mel.

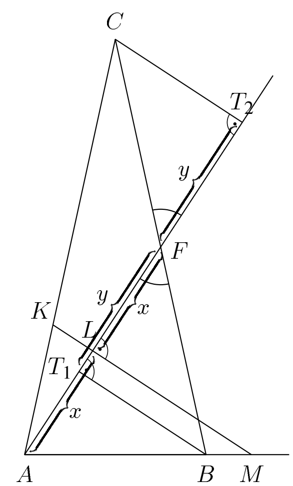
Először vizsgáljuk meg, hogy milyen $p:q$ arányok esetén lesz M az AB alap belső pontja. Ha a KL egyenes átmegy B-n (*1. ábra*), akkor – G-vel jelölve az F-en átmenő, KL-lel párhuzamos egyenes és AC metszéspontját – a párhuzamos szelők tétele miatt $AK:KG=AL:LF=1:1$ és $KG:GC=BF:FC=1:1$. Tehát $p:q=AK:KC=AK:(KG+GC)=1:2$. Ha a $p:q$ arány csökken, vagyis rögzített AB esetén a C csúcs távolodik az alaptól, akkor a KL egyenes az AB szakaszon kívül – annak B-n túli meghosszabbításán – metszi az AB egyenest.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Feltehetjük tehát, hogy $q<2p$. Jelöljük a B-ből, illetve C-ből az AF egyenesre bocsájtott merőlegesek talppontját T_1, illetve T_2-vel (*2. ábra*). Ekkor a BFT_1 és a CFT_2 derékszögű háromszögek egybevágóak, mert megfelelő szögeik egyenlők, és $BF=CF$. Ezért $T_1F=FT_2$. Legyen ez a távolság y, $AL=LF$ pedig x. A párhuzamos szelők tétele szerint

$$\frac{p}{q}=\frac{AK}{KC}=\frac{AL}{LT_2}=\frac{AL}{LF+FT_2}=\frac{x}{x+y}\qquad \text{és}(1)\,\frac{AM}{MB}=\frac{AL}{LT_1}=\frac{AL}{LF-FT_1}=\frac{x}{x-y}.(2)$$

Az (1) egyenletből $y=\frac{q-p}{p}x$ adódik, amit (2)-be helyettesítve

$$\frac{AM}{MB}=\frac{x}{x-\frac{q-p}{p}x}=\frac{p}{2p-q}.$$

Tehát a hajtás élének másik végpontja $p:(2p-q)$ arányban osztja a háromszög AB alapját.

Somogyi Dávid (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ha előjeles szakaszokkal számolunk, akkor $q>2p$ esetén is igazak az (1) és (2) egyenlőségek, s így a végeredmény is ugyanaz. Ennek bizonyítása leolvasható a *3. ábráról*.