

Nyilván

$$d = (a + 1)^4 - a^4 = ((a + 1)^2 - a^2) ((a + 1)^2 + a^2) = (2a + 1) ((a + 1)^2 + a^2).$$

Ha a egy négyzetszám kétszerese, akkor tehát $a = 2k^2$ mellett

$$d = ((2k)^2 + 1) ((a + 1)^2 + a^2) = (2k(a + 1) + a)^2 + (2ka - (a + 1))^2.$$

Pallos Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.)

Megjegyzések. 1. A fenti példán kívül még sok más olyan pozitív egész a szám létezik, amelyre $(a + 1)^4 - a^4$ két négyzetszám összege. Ilyenek például: $a = \frac{n^2 - 1}{2}$, ha n páratlan (*Birkner Tamás*, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 7. o.t.), illetve $a = n(n + 1)$, tetszőleges n egészre (*Boros Vazul*, Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 10. o.t.).

2. Ismeretes, bár e feladat megoldásához nem használható, hogy pontosan azok a természetes számok írhatók fel két négyzetszám összegeként, amelyeknek a prímtényezős felbontásában minden $4k + 3$ alakú prím páros kitevőn szerepel.