

Jelöljük a négyszög csúcsait A , B , C és D -vel az *ábra* szerint. Mivel $B(n; 0)$ és $D(0; n)$, a $BD = n\sqrt{2}$.

A szerkesztés szimmetriájából következik, hogy az A és C pontok rajta vannak az x és y tengelyek szögfelezőjén, az $y = x$ egyenesen, ami merőleges a BD átlóra. Így a keresett terület az átlók szorzatának a fele.

Az AC távolság meghatározásához először A és C koordinátáit írjuk fel.

A $D(0; n)$, $E(n - 1; 0)$ pontokon átmenő egyenes egyenlete:

$$y = \frac{-n}{n-1}x + n.$$

Az A pont koordinátáit ezen egyenesnek az $y = x$ egyenessel való metszéspontja adja.

$$A\left(\frac{n(n-1)}{2n-1}; \frac{n(n-1)}{2n-1}\right).$$

A C pont koordinátáit az $F(0; n+1)$, $B(n; 0)$ koordinátájú pontokon átmenő egyenesnek az $y = x$ egyenessel való metszéspontja adja.

Az FD egyenes egyenlete:

$$y = \frac{n+1}{-n}x + n+1 \quad \text{és így} \quad C\left(\frac{n(n+1)}{2n+1}; \frac{n(n+1)}{2n+1}\right).$$

A két pont távolsága:

$$AC = \sqrt{\left(\frac{n(n+1)}{2n+1} - \frac{n(n-1)}{2n-1}\right)^2 + \left(\frac{n(n+1)}{2n+1} - \frac{n(n-1)}{2n-1}\right)^2} = \sqrt{2\left(\frac{2n^2}{4n^2-1}\right)^2} = \sqrt{2}\frac{2n^2}{4n^2-1}.$$

Végül a négyszög területe:

$$T = \frac{BD \cdot AC}{2} = \frac{1}{2}n\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\frac{2n^2}{4n^2-1} = \frac{2n^3}{4n^2-1}.$$