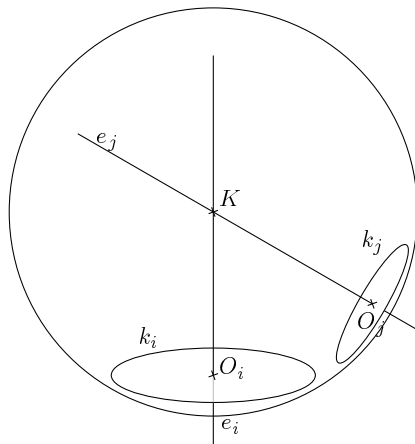


Belátjuk, hogy a feladat kérdésére igenlő a válasz. Gömbfelület helyett az egyszerűség kedvéért gömbről beszélünk majd. Jelölje a körvonalakat  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , középpontjaikat rendre  $O_1, O_2, \dots, O_n$ . Ekkor a  $k_i$  körvonalat tartalmazó gömbök középpontjainak mértani helye a  $k_i$  síkjára merőleges,  $O_i$ -n átmenő  $e_i$  egyenes.



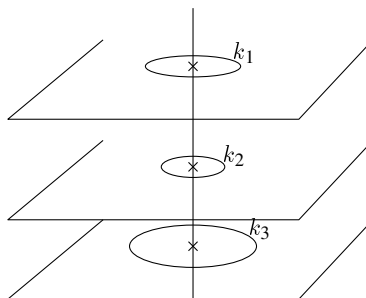
1. ábra

Az  $e_i$  egyenesek közül bármely kettőnek van közös pontja, mert bármely két körvonalra létezik őket tartalmazó gömb. Az egyenesek közül semelyik 4 nincs egy síkban, mert különben a rajtuk levő gömbközpontok is egy síkban lennének. Ebből az is következik, hogy az egyenesek közül legfeljebb kettő eshet egybe. Ha viszont a térben véges sok egyenes közül bármely kettő metszi egymást, akkor ezek az egyenesek vagy egy ponton mennek át, vagy pedig egy síkban vannak (lásd pl. *Geometriai feladatok gyűjteménye* I. kötet, 1710. feladat). Esetünkben tehát az  $e_i$  egyeneseknek egy ponton kell átmenniük. Legyen ez a pont  $K$ .

Megmutatjuk, hogy van olyan  $K$  középpontú gömb, amely valamennyi  $k_i$  körvonalat tartalmazza. Ha az  $e_i$  egyenesek közt van két egybeeső, akkor válasszuk úgy a jelölést, hogy  $e_1$  és  $e_2$  essenek egybe. Mivel  $k_1$  és  $k_3$  köré gömb írható, azért annak középpontja csak  $e_1$  és  $e_3$  metszéspontja, azaz  $K$  lehet, vagyis  $K$ -tól  $k_1$  és  $k_3$  pontjai egyenlő távolságra vannak. Hasonlóan látható be, hogy  $k_2$  és  $k_3$  pontjai egyenlő távolságra vannak  $K$ -tól. Ugyanez elmondható  $k_1$  és  $k_3$  rögzítése mellett  $k_2$  helyett tetszőleges  $k_i$  ( $i > 3$ ) körvonarról is, vagyis valamennyi  $k_i$  körvonal pontjai  $K$ -tól egyenlő távolságra vannak. Tehát a feladat feltételeinek teljesülése esetén valóban van olyan gömb, amely az összes körvonalat tartalmazza.

*Bálint Gergely* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Három körvonal könnyen megadható úgy, hogy bármelyik kettőhöz létezik őket tartalmazó gömb, de a körvonalak nincsenek egy gömbön. Ilyen pl. a 2. ábrán látható három, párhuzamos síkban lévő körvonal.



2. ábra