

Az  $y = x^2$  egyenletű parabola tengelye az  $y$  tengely, csúcsa pedig az origó. Az  $y = x$  egyenes azon  $P(x_0; x_0)$  pontját keressük, amelyből a parabolához két egymásra merőleges érintő húzható.

Mivel a parabolának nincsen tengely irányú érintője, a  $P$ -n átmenő érintőknek van iránytangense, egyenletük felírható

$$y - x_0 = m(x - x_0)$$

alakban. Ha egy ilyen egyenes érinti a parabolát, akkor pontosan egy közös pontjuk van. A parabola és egyenes közös pontjának koordinátái kielégítik mindkét görbe egyenletét. A két görbének akkor van egyetlen közös pontja, ha az egyenleteikből adódó másodfokú egyenlet diszkriminánsa 0, vagyis az

$$\begin{aligned} x^2 - mx + (m - 1)x_0 &= 0 && \text{egyenletben} \\ m^2 - 4x_0m + 4x_0 &= 0, \end{aligned}$$

ahonnan a gyökök és együtthatók közötti összefüggésből  $m_1m_2 = 4x_0$ .

Tudjuk továbbá, hogy az egymásra merőleges egyenesek iránytangenseinek szorzata  $-1$ , vagyis  $4x_0 = -1$ , innen  $x_0 = -\frac{1}{4}$ . A keresett pont tehát a  $P\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right)$ .

*Zalán Péter* (Budapesti Evangélikus Gimn., 11. o.t.)

*Megjegyzés.* *Besenyi Ádám* (Tatabánya, Árpád Gimn., 12. o.t.) megmutatta, hogy az  $y = ax^2$  egyenletű parabola esetén azon pontok halmaza, amelyekből két egymásra merőleges érintő húzható a parabolához, egy egyenes, a parabola vezéregyese. Ennek egyenlete  $y = -\frac{1}{4a}$ . Ebből nyomban adódik feladatunk megoldása.

