I. megoldás. Alakítsuk át az egyenlőséget:

$$(33+1)a = (44-1)b, 33a + a = 44b - b, ahonnan a + b = 11(4b-3a).$$

Az a és b pozitív egész számok, tehát $a+b$ is az. A fentiek szerint $a+b$ osztható 11-gyel, így csak akkor lehet prím, ha $4b-3a=1$.

De ekkor $b=\dfrac{3a+1}{4}$-et az eredeti egyenlőségbe helyettesítve $34a = 43\cdot\dfrac{3a+1}{4}$-ből $a=\dfrac{43}{7}$ következik, ami nem egész szám; így $a+b$ valóban összetett szám.

Kovács Veronika (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzések. 1. Hasonló gondolatmenettel így is átalakítható az eredeti egyenlőség: $a+b=7(5a-6b)$. Itt is belátható, hogy $5a-6b=1$ nem lehetséges, de ha mindkét módon felírjuk $(a+b)$-t, akkor az is látható, hogy 11-gyel és 7-tel is osztható, tehát legalább két prímosztója van, így összetett.

Vígh Viktor (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

2. Kissé más átalakítással bizonyították többen is:

$$34(a+b) = 34a + 34b = 43b + 34b = 77b,$$

azaz $34(a+b)$ osztható 77-tel, de 34 és 77 relatív prímek, így $a+b$ osztható 77-tel, tehát összetett szám.

II. megoldás. A 34 és a 43 relatív prímek, azaz legnagyobb közös osztójuk 1. Ezért, ha $34a$ felírható $43b$ alakban, akkor $43 \mid 34a$, így $43 \mid a$, azaz $a = 43d$ egy alkalmas d pozitív egész számmal. Ekkor

$$b = \frac{34a}{43} = \frac{34\cdot 43d}{43} = 34d,$$

így $a+b = 43d + 34d = 77d$, tehát $a+b$ 7-tel is, 11-gyel is osztható, így összetett szám.

Megjegyzés. Nagy különbség van aközött, hogy két szám prím, vagy két szám *relatív prím*: ez utóbbi esetben ugyanis lehet mindkettő összetett szám is: csak az kell, hogy ne legyen 1-nél nagyobb *közös* osztójuk. Sajnos több beküldőnk indult ki a következő hamis állításból, s emiatt pontokat veszített: „43 és 34 prímek…”