I. megoldás. A feltételből következik, hogy négyszög konvex.

Használjuk az *1. ábra* jelöléseit!

$$t_1=\frac{1}{2}xn, \qquad t_2=\frac{1}{2}xm, \qquad t_3=\frac{1}{2}ym, \qquad t_4=\frac{1}{2}yn.$$

Ebből látható, hogy $t_1t_3=t_2t_4$. Az átlók felezik a területet, azaz $t_1+t_2=t_3+t_4$, és $t_1+t_4=t_2+t_3$. E két egyenlőség összeadásából $t_1=t_3$, ezért $t_2=t_4$. A területek szorzatára kapott egyenlőségek szerint így $t_1^2=t_2^2$, tehát $t_1=t_2$. Innen pedig azonnal adódik, hogy mind a négy terület egyenlő.

Fischer Noémi (Budapest, Árpád Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. Belátjuk, hogy a feltétel teljesülésekor a négyszög paralelogramma. Tegyük fel, hogy nem az, vagyis valamelyik átló nem felezi a másikat, például a BD átló F felezőpontja nem esik AC-re, hanem pl. az ABC háromszög belsejében van (*2. ábra*).

Az AF súlyvonal felezi ABD területét, FC pedig BCD-ét. Ebből adódik, hogy $t_{ABF}+t_{BCF}$ a négyszög területének a fele, ami egyenlő t_{ABC}-vel. A két felírt terület különbségeként azt kapjuk, hogy $t_{AFC}=0$, ami azt jelenti, hogy az átlók felezik egymást.

Az $ABCD$ négyszög tehát paralelogramma, amelyben az átlók által létrehozott négy háromszög területe nyilván egyenlő.