

I. megoldás. Az F pontnak a k_1 körre vonatkozó hatványa:

$$FC \cdot FP = FA \cdot FQ,$$

a k_2 körre vonatkozó hatványa pedig

$$FD \cdot FP = FB \cdot FQ.$$

A felírt egyenlőségek jobb oldalai $FA = FB$ miatt egyenlők, így

$$FC \cdot FP = FD \cdot FP.$$

Ha $FP \neq 0$, akkor innen valóban $FC = FD$ következik. A C és D pontok nem eshetnek egybe, ugyanis az egyik a k_1 -en van, a másik a k_2 -n. F tehát felezi CD -t.

Ha $FP = 0$, $F = P$, akkor az $AB(= FQ)$ egyenes egybeesik a PQ egyenessel, tehát az A és B pont a P , illetve a Q pontok valamelyike. AB -t ezért csak úgy felezhetné P , ha $A = B = P$ volna, ekkor viszont nem teljesül a feladatnak az a feltétele, hogy AB tartalmazza Q -t.

II. megoldás. Alkalmazzuk a kerületi szögek tételét:

$$\sphericalangle CAQ = \sphericalangle CPQ = \sphericalangle DPQ = \sphericalangle DBQ,$$

így az AFC és BFD háromszögeknek a feltétel szerint egyenlő AF és BF oldalán fekvő megfelelő szögek is egyenlők. A két háromszög tehát egybevágó, így $FC = FD$.

Megjegyzés. A második megoldás hasonló diszkussziójánál azt kell megvizsgálni, hogy a felhasznált szögek, szakaszok és háromszögek nem fajulnak-e el. Ez elkerülhető: tekintsük úgy a feladatot, hogy az AB egyenes forog Q körül. Csak véges sok helyzetben fajul el az ábra, a szakaszok hossza pedig folytonosan változik, így az állítás az elfajuló esetekben is igaz.

