

Mivel minden érme egy teljes lapjával az asztalon fekszik, azért az érmék lapjának összterülete legfeljebb akkora, mint az asztallap területe, azaz $n \cdot r^2 \pi \leq R^2 \pi$. Ebből rendezéssel kapjuk a

$$\sqrt{n} \leq \frac{R}{r}$$

egyenlőtlenséget.

Rajzoljunk az érmék középpontjai körül $2r$ sugarú köröket, az asztal középpontja körül pedig egy $R - r$ sugarú k kört. Ha ennek a k körnek lenne egy olyan P pontja, amit a $2r$ sugarú körök egyike sem tartalmaz, akkor a P középpontú r sugarú kör egyik érmét sem metszené, és teljes egészében az asztalon volna (lásd az *ábrát*). Vagyis egy újabb érmét helyezhetnénk az asztalra úgy, hogy középpontja egybeesne P -vel. A feladat feltételei szerint ez nem lehetséges, ezért a $2r$ sugarú körök teljes egészében lefedik k -t. Emiatt a területük legalább akkora, mint k területe:

$$(R - r)^2 \cdot \pi \leq n(2r)^2 \cdot \pi.$$

Ezt átrendezve éppen a bizonyítandó

$$\frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \leq \sqrt{n}$$

egyenlőtlenséget kapjuk.

Csóka Endre (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján

