

A feladat mindkét kérdésére igenlő a válasz. Hívjuk a – könnyebb vagy nehezebb – golyót hamisnak, és nézzük, hogyan választható ki 3 mérésel. A golyók színére vonatkozó feltétel azt jelenti, hogy meg tudjuk őket különböztetni, és a mérések során bármelyik golyót nyomon tudjuk követni. Hívjuk golyók egy csoportját *gyanús*nak, ha köztük lehet a hamis golyó, egyébként pedig hívjuk a csoportot *jónak*.

Osszuk a golyókat három csoportba, mindegyikükben 4-4 golyóval.

I. A_1, A_2, A_3, A_4 ; II. B_1, B_2, B_3, B_4 ; III. C_1, C_2, C_3, C_4 .

Mérjük össze az I. és a II. csoportot.

Ha egyenlőség van, akkor a III. csoport gyanús, az első kettő pedig jó. Tegyük most az egyik serpenyőbe 3 gyanús (C_1, C_2, C_3), a másikba pedig 3 jó golyót. Ha ismét egyenlőség van, akkor e hat golyó is jó, az egyetlen megmaradt gyanús golyó (C_4) a hamis, és azt, hogy könnyebb vagy nehezebb a többinél, egyetlen további mérésel el tudjuk dönteni.

Ha a második mérésnél nincs egyenlőség, akkor a három gyanús golyó, C_1, C_2, C_3 között van a hamis, és azt is tudjuk, hogy könnyebb-e, mint a többi, vagy nehezebb (föltehető, hogy könnyebb). Ekkor pedig egyetlen további mérésel mindent megtudhatunk, ha két gyanús golyót összehasonlítunk. Ha nincs egyensúly, akkor a könnyebbik, ha pedig egyensúlyban vannak, akkor a harmadik golyó a hamis – és persze könnyebb a többinél.

Nézzük most azt az esetet, ha az első méréskor nincs egyensúly, az I. csoportban lévő golyók összsúlya például nagyobb.

Ekkor az első mérés után van 4 gyanús nehéz golyónk (A_1, A_2, A_3, A_4), négy gyanús könnyű (B_1, B_2, B_3, B_4) és négy jó golyónk (C_1, C_2, C_3, C_4).

Tegyük most mindkét serpenyőbe két nehéz és egy könnyű gyanús golyót, azaz mérjük össze az (A_1, A_2, B_1) és az (A_3, A_4, B_2) csoportokat. Ha egyenlőség van, akkor ez a 6 golyó jó, a hamis golyó a megmaradt két könnyű gyanús, B_3 és B_4 között van. Ezek egyikét egy jó golyóval összemérve eldönthető, melyikük a hamis. (Azt már tudjuk, hogy könnyebb a többinél.)

Az az eset maradt, ha a második mérés után a két vegyes csoport nincs egyensúlyban, például (A_1, A_2, B_1) nehezebb, mint (A_3, A_4, B_2). Ez kétféleképpen lehetséges: vagy a két nehéz, A_1 és A_2 között van a hamis (és nehezebb a többinél), vagy maga a könnyű B_2 a hamis, és persze könnyebb a többinél.

Hasonlítsuk ezért össze A_1 -et és A_2 -t, a két nehéz gyanús golyót.

Ha egyensúly van, akkor a könnyű B_2 a hamis, ha pedig nincsen, akkor tudjuk, hogy a hamis golyó a nehezek között van, és így a két golyó, A_1 és A_2 közül a nehezebbik a hamis.

Ezzel minden esetet megvizsgáltunk, és valóban mindig el tudtuk dönteni, melyik a hamis golyó; és azt is, hogy könnyebb vagy nehezebb a többinél.

Baur Eszter (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., 9. o.t.) és *Jesch Dávid* (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., 9. o.t.)

dolgozatai alapján