Ha ez az egyenlőség fennáll a p, q és r (nem feltétlenül pozitív) prímszámokra, akkor $p-q-r\neq 0$ ($q\neq 0$, $r\neq 0$); mindkét oldalt $qr(p-q-r)$-rel megszorozva:

$$rq=(p-q-r)\cdot r+(p-q-r)q, \qquad \text{azaz} rq=(p-q-r)(r+q).$$

Az r és q prímek, így az rq szorzatnak 8 osztója lehet: 1, -1, r, q, $-r$, $-q$, rq, $-rq$, tehát $p-q-r$, illetve $r+q$ csakis ezek közül kerülhet ki. Nézzük végig az összes esetet:

I. $p-q-r=1$. Ekkor $r+q=rq$, vagyis $0=rq-r-q$, amiből $1=(q-1)(r-1)$, tehát q és r vagy 0 (akkor nem lennének prímek), vagy $q=r=2$, ahonnan $p=5$.

II. $p-q-r=-1$. Ekkor $r+q=-rq$, $rq+r+q=0$, $(r+1)(q+1)=1$, tehát r és q vagy 0 (akkor nem prímek), vagy $q=r=-2$, ahonnan $p=-5$.

III. $p-q-r=r$. Ekkor $r+q=q$, ahonnan $r=0$ lenne, ami nem prím.

IV. $p-q-r=q$. Ekkor $r+q=r$, ahonnan $q=0$ lenne, ami nem prím.

V. $p-q-r=-r$. Ekkor $r+q=-q$, $r=-2q$, ez nem lehetséges, ha r is és q is prímek.

VI. $p-q-r=-q$. Ekkor $r+q=-r$, $q=-2r$, ez sem lehetséges, ha r is és q is prímek.

VII. $p-q-r=rq$. Ekkor $r+q=1$, ami csak akkor lehetséges az r és q prímszámokra, ha $r=-2$, $q=3$ vagy $r=3$, $q=-2$. Mindkét esetben $p-1=-6$, azaz $p=-5$.

VIII. $p-q-r=-rq$. Ekkor $r+q=-1$, ez csak akkor lehetséges az r és q prímekre, ha $r=-3$, $q=2$ vagy $r=2$, $q=-3$. Mindkét esetben $p+1=6$, azaz $p=5$.

Látható, hogy minden esetet megvizsgáltunk, sem $p-q-r$, sem $r+q$ nem vehetnek fel más értékeket, tehát a feladatnak az alábbi 6 megoldása van:

p	q	r
5	2	2
-5	-2	-2
-5	3	-2
-5	-2	3
5	2	-3
5	-3	2

Spanczér Ilona (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., 9. o.t.)

Megjegyzés. Hasonlóan, esetszétválasztással oldható meg a feladat úgy is, ha azt vizsgáljuk, hogy $\dfrac{rq}{r+q}$ mikor lehet egész, erre példa *Nagy Gergely* (Veszprém, Lovassy L. Gimn., 10. o.t.) megoldása.