

Legyen a legközelebbi találkozásig eltelt idő x óra y perc z másodperc, ahol x és y pozitív egész, z pedig nemnegatív, de nem feltétlenül egész. (Feltételezzük, hogy az óra mutatói folyamatosan haladnak.)

A másodpercmutató 1 perc alatt 360° -ot, 1 másodperc alatt $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ -ot fordul el, így a találkozásig $6z$ fokkal fordul el.

A nagymutató 1 perc alatt $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$, 1 másodperc alatt $\frac{6^\circ}{60} = \frac{1}{10}$ fokot fordul el. Így y perc és z másodperc alatt

$$(1) \quad 6y + \frac{1}{10}z \text{ fokkal fordult el.}$$

A kismutató 1 óra alatt $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ -kal, 1 perc alatt $\frac{30^\circ}{60} = \frac{1}{2}$ fokkal, 1 másodperc alatt $\frac{1}{120}$ fokkal fordul el. Ezért x óra y perc és z másodperc alatt

$$(2) \quad 30x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{120}x$$

fok az elfordulás szöge.

A feladat feltételei szerint az elfordulási szögek egyenlők:

$$6y + \frac{1}{10}z = 6z,$$

ahonnan

$$\begin{aligned} 60y &= 59z. \\ 30x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{120}z &= 6z. \end{aligned}$$

Innen – az előbb kapott $60y = 59z$ -t behelyettesítve –

$$11y = 59x.$$

Mivel x és y egészek, 11 és 59 pedig relatív prímek, azért a legkisebb 0-tól különböző megoldás az $y = 59$, $x = 11$, s ekkor $z = 60$.

Tehát a legközelebbi találkozás 11 óra 59 perc 60 másodperc, azaz 12 óra múlva következik be, vagyis ha dél volt, akkor éjfélkor, ha éjfél volt, akkor délben.

Hablicsek Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.)