Jelöljük az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátáit $A(a_1;a_2)$, $B(b_1;b_2)$, $C(c_1;c_2)$-vel.

Tudjuk, hogy a háromszög súlypontjának $(s_1;s_2)$ koordinátái kifejezhetők a csúcspontok koordinátáival:

$$s_1=\frac{a_1+b_1+c_1}{3}, \qquad s_2=\frac{a_2+b_2+c_2}{3}.$$

Az $a_1+b_1+c_1$, illetve $a_2+b_2+c_2$ összeg lehetséges értékei: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, de ±3 esetén nem jön létre valódi háromszög, így csak a többi esetet kell vizsgálnunk.

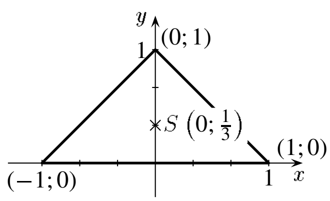
A súlypontnak az origótól való távolsága $d=\sqrt{s_1^2+s_2^2}$, ahol $3s_1$ és $3s_2$ értékei a 0, ±1, ±2 közül valók.

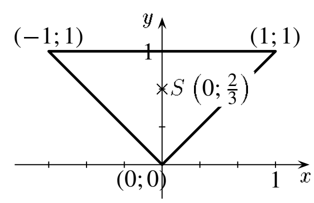
Ezek a következő koordinátapárokat adják:

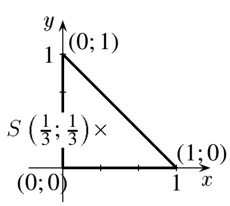
S: $(0;0)$, $\left(0;\pm\frac{1}{3}\right)$, $\left(0;\pm\frac{2}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{1}{3};\pm\frac{1}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{1}{3};\pm\frac{2}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{2}{3};\pm\frac{2}{3}\right)$,

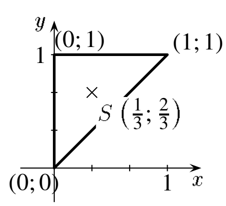
S: $(0;0)$, $\left(0;\pm\frac{1}{3}\right)$, $\left(0;\pm\frac{2}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{1}{3};\pm\frac{1}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{1}{3};\pm\frac{2}{3}\right)$, $\left(\pm\frac{2}{3};\pm\frac{2}{3}\right)$,

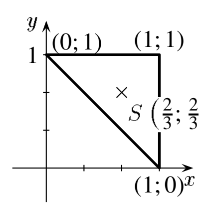
az origótól való távolságuk pedig rendre: 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

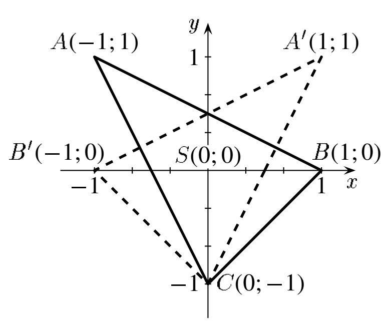












Könnyen láthatjuk, hogy mindegyik értékhez tartozik háromszög (nem is egy). Az *ábrákon* azok a háromszögek láthatók, ahol a súlypont egyik koordinátája sem negatív.

Ha tükrözzük ezeket a háromszögeket valamelyik koordinátatengelyre, azaz a csúcsok egyik koordinátájának előjelét megváltoztatjuk, az így kapott háromszög súlypontjának távolsága az origótól nem változik meg. Tehát a távolságokra valóban csak a felsorolt 6 érték adódhat.