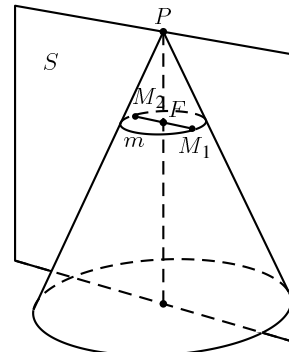


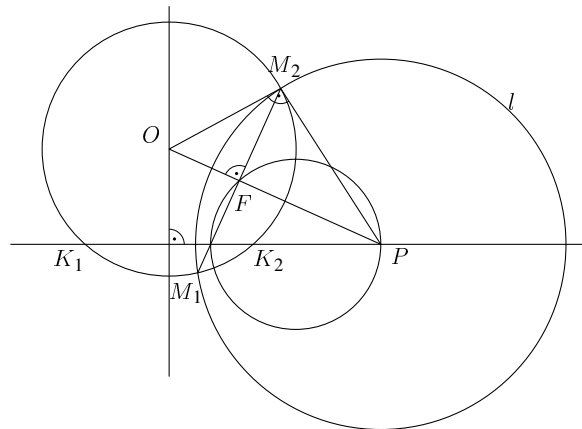
1. ábra



2. ábra

Legyen g egy olyan k -t tartalmazó gömb, amit egy P csúcsú c egyenes körkép az m körvonalban érint (1. ábra). Mivel c egy körben érinti g -t, azért g -nek O -val jelölt középpontja rajta van c tengelyén, ami nyilván tartalmazza m -nek F -fel jelölt középpontját is. Messük el a rendszert a c tengelyét tartalmazó, k síkjára merőleges S síkkal. Eredeti feladatunk egy ebben a metszősíkban lévő síkbeli feladattá egyszerűsödik.

Jelölje az S síknak a k -val, illetve m -mel való metszéspontjait K_1 , K_2 , illetve M_1 és M_2 (3. ábra). Ekkor feladatunk a következő:



3. ábra

Adott a K_1K_2 szakasz és az egyenesén a szakaszon kívül egy P pont. Mi lesz a K_1 -en és K_2 -n átmenő körökhöz P -ből húzott érintők M_1 és M_2 érintési pontjait összekötő szakaszok F felezőpontjainak halmaza?

Ismert, hogy $PM_1^2 = PM_2^2 = PK_1 \cdot PK_2$. Mivel K_1 és K_2 rögzített pontok, ezért ez azt jelenti, hogy az M_1 és M_2 érintési pontok egy P középpontú, $\sqrt{PK_1 \cdot PK_2}$ sugarú l körre illeszkednek. Az F pont felezi az M_1M_2 szakaszt, ezért M_2F az OPM_2 derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magassága. Így a befogótétel szerint $PO \cdot PF = PM_2^2$, tehát F éppen az O pont l körre vonatkozó inverze. Ha az összes K_1 -en és K_2 -n átmenő kört tekintjük, akkor O befuthatja a K_1K_2 szakasz teljes felező merőlegesét, l -re vonatkozó inverzei pedig egy K_1K_2 -re szimmetrikus, P -n átmenő körvonal P -től különböző pontjait futják be.

Az első bekezdésben leírtak szerint az eredeti térbeli feladat feltételeinek is ugyanez a ponthalmaz, azaz egy k síkjára merőleges síkban lévő, k -nak P -n átmenő átmérőjére szimmetrikus, P -n átmenő körvonal P -től különböző pontjai tesznek eleget.