

Tekintsük azokat az $f(x)$ függvényeket, amelyek a $(0, 1)$ intervallumban vannak értelmezve, pozitívak, integrálhatók, integráljuk értéke a $(0, 1)$ szakaszon 1 és alulról konkávok. (Ez az utóbbi feltétel azt jelenti, hogy bármilyen $0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$ és $0 \leq \lambda \leq 1$ mellett

$$(1) \quad f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$

teljesül.)

Milyen értékeket vehet fel ezeknek a függvényeknek a körében a következő integrál?

$$(2) \quad \int_0^1 f^2(x) dx.$$