Az utolsó mondat feltétele azt jelenti, hogy a 10 gyerek egyetlen „kört” alkotott, mielőtt ketten elengedték egymás kezét. A bonyolult megfogalmazás annak köszönhető, hogy ezen a körön csomó, önátmetszés is lehetséges. Nevezzük mindenesetre „körnek” a feltételnek eleget tevő, esetleg csomót is tartalmazó elrendezést. Azt állítjuk, hogy n gyerek $(2n-2)(2n-4)\cdot\dots\cdot 4\cdot 2$-féleképpen alkothat „kört”.

Állításunk bizonyításához tekintsük az egyik gyereket, pl. Pistit kiindulásnak. Ő a jobbkezével $(2n-2)$ kezet foghat meg (mivel a feltételből következik, hogy senki sem fogja meg a saját kezét). Amelyik gyereknek megfogta valamelyik kezét, az a másik kezével már csak $(2n-4)$ kezet foghat meg, (Pisti balkezét megfogva bezárná a kört). Így haladva az utolsó előtti gyerek még választhat valakinek a két keze közül, aki viszont a másik kezével megfogja Pisti balkezét. Ez $(2n-2)(2n-4)\cdot\dots\cdot 2$ lehetőség, amit röviden $(2n-2)!!$-sal jelölünk, és $2n-2$ szemifaktoriálisnak mondunk.

$n=10$ esetén ez 18!!. Ha a tíz gyerek nem alkot egy „kört”, akkor kisebb „körökbe” rendeződnek (amelyek egymáshoz viszonyított helyzete minket nem érdekel). A körök mérete 2-től 8-ig változhat. Adott méretekhez tartozó elrendezések számát úgy kapjuk meg, hogy a gyerekeket az adott méretű csoportokba osztjuk, majd az egyes csoportokon belül egymástól függetlenül elkészítjük a lehetséges köröket.

Ha például két darab 3-as és egy darab 4-es kör jön létre, akkor először

$$\binom{10}{3}\cdot\binom{7}{3}\cdot\binom{4}{4}=\binom{10}{3}\binom{7}{3}\text{-féleképpen}$$

beosztjuk a gyerekeket, majd az egyes csoportokon belül $(6-2)!!$, $(6-2)!!$, illetve $(8-2)!!$-féleképpen elkészítjük a köröket. A beosztás során azonban megkülönböztetjük a két 3-as csoportot – és általában az azonos méretűeket – így itt minden lehetőséget 2-szer számolunk. Hasonlóan, a (2, 2, 2, 4)-es csoportbeosztásokat például $3!=6$-szor, a (2, 2, 3, 3)-asokat pedig $2!\cdot 2!$-szor számoljuk. Mindezeket figyelembe véve az alábbi lehetőségek adódnak. A lista elején az adott felosztásban szereplő csoportok méretét soroltuk fel, ez a 10 összes lehetséges előállítása 2 és 8 közé eső számok összegeként.

10;(20−

2)!! = 185 794 5602, 8;$\binom{10}{2}\cdot(4-2)!!\cdot(16-2)!!=58\ 060\ 8003$, 7;$\binom{10}{3}\cdot(6-2)!!\cdot(14-2)!!=44\ 236\ 8005$,

5;$\binom{10}{5}\cdot(10-2)!!\cdot(10-2)!!/2=18\ 579\ 456$, mert minden esetet kétszer számoltunk.2, 2,

6;$\binom{10}{6}\binom{4}{2}\cdot(4-2)!!\cdot(4-2)!!\cdot(12-2)!!/2=9\ 676\ 8002$, 3, 5;$\binom{10}{5}\binom{5}{3}\cdot(4-2)!!\cdot(6-2)!!\cdot(10-2)!!=15\ 482\ 8802$,

4, 4;$\binom{10}{2}\binom{8}{4}\cdot(4-2)!!\cdot(8-2)!!\cdot(8-2)!!/2=7\ 257\ 6003$, 3, 4;$\binom{10}{4}\binom{6}{3}\cdot(6-2)!!\cdot(6-2)!!\cdot(8-2)!!/2=6\ 451\ 2002$,

2, 2, 4;$\binom{10}{4}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\cdot(4-2)!!\cdot(4-2)!!\cdot(4-2)!!\cdot(8-2)!!/3!=1\ 209\ 6002$, 2, 3, 3;$\binom{10}{3}\binom{7}{3}\binom{4}{2}\cdot(4-2)!!\cdot(4-$

$2)!!\cdot(6-2)!!\cdot(6-2)!!/(2\cdot 2)=1\ 612\ 8002$, 2, 2, 2, 2;$\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\cdot\left((4-2)!!\right)^5/5!=30\ 240$.

Ezek összege adja az összes lehetséges esetek számát, ami 387 099 936. A keresett hányados $\frac{185\ 794\ 560}{387\ 099\ 936}\approx 0,48$, tehát az eseteknek valamivel kevesebb, mint a felében alkot a tíz gyerek egyetlen „kört”.

Megjegyzés. Ha N gyereket akarunk elrendezni m_1 darab c_1, m_2 darab c_2, ..., m_k darab c_k méretű körbe ($m_1c_1+m_2c_2+\dots+m_kc_k=N$), akkor ez

$$\frac{N!}{c_!^{m_1}\cdot c_2!^{m_2}\cdot\dots\cdot c_k!^{m_k}}\cdot\frac{1}{m_1!\cdot m_2!\cdot\dots\cdot m_k!}\cdot(c_1!!)^{m_1}\cdot(c_2!!)^{m_2}\cdot\dots\cdot(c_k!!)^{m_k}$$

módon lehetséges.