

A definícióból nyilvánvaló, hogy az a_n sorozat elemei egész számok. Az állítást indirekt úton fogjuk bizonyítani. Tegyük fel, hogy az (a_n) sorozat elemei között nincs 4-gyel osztható. A rekurzióból látható, hogy ha a_{n-1} páros, akkor az indirekt feltevés szerint a_n páratlan. Ha a_n páratlan, akkor a_{n+1} mindenképpen páros. Feltehető, hogy a_1 páratlan (ha páros volna, akkor pedig tekintsük a $(b_n) = (a_{n+1})$ sorozatot, ahol b_1 páros). Ekkor minden $k \geq 1$ -re a_{2k-1} páratlan és a_{2k} páros. Így:

$$a_{2k} = 3a_{2k-1} + 1 = 3 \left(\frac{1}{2}a_{2k-2} \right) + 1 = \frac{3}{2}a_{2k-2} + 1,$$

azaz a $c_k = a_{2k}$ helyettesítéssel

$$c_k = \frac{3}{2}c_{k-1} + 1,$$

ahol nyilván a (c_n) sorozat is egész elemű. A rekurziót átrendezve:

$$(c_k + 2) = \frac{3}{2}(c_{k-1} + 2),$$

amiből

$$c_n + 2 = \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1} (c_1 + 2), \quad c_n = \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1} (c_1 + 2) - 2.$$

Ha $c_1 + 2$ prímtényezőss felbontásában 2 az l -edik hatványon szerepel, akkor c_{l+2} már nem lehet egész szám. Ez ellentmondás, mivel láttuk, hogy a (c_n) sorozat elemei egészek. Ebből következik, hogy az (a_n) sorozatban van 4-gyel osztható elem.

Megjegyzés. Mindmáig bizonyítatlan az a *sejtés*, hogy az (a_n) sorozatban előbb-utóbb előfordul az 1 (és onnantól kezdve persze az 1, 4, 2 értékek periodikusan ismétlődnek).