

Tegyük fel, hogy valamelyik Q_i pont az átlók által meghatározott tartományok közül egy háromnál több oldalú k -szögbe esik. Azt állítjuk, hogy ennek az $R_1R_2 \dots R_k$ k -szögnek van egy olyan e éle, amelyen lévő két belső szög összege nagyobb, mint 180° . Ellenkező esetben ugyanis az egyes éleken lévő szögeket összeadva azt kapnánk, hogy a sokszög szögei összegének kétszerese kisebb, mint $k \cdot 180^\circ$. De a sokszög szögösszege $(k-2) \cdot 180^\circ$, a $2 \cdot (k-2) \cdot 180^\circ < k \cdot 180^\circ$ egyenlőtlenségből viszont $k < 4$ következne, mi pedig föltételeztük, hogy $k \geq 4$.

Válasszuk úgy a betűzést, hogy e végpontjai R_1 és R_2 legyenek. Az eredeti sokszög három különböző átlója tartalmazza az R_1R_2 , R_2R_3 és R_kR_1 szakaszokat, legyenek ezen átlók végpontjai P_{i_1} és P_{i_4} , P_{i_2} és P_{i_5} , valamint P_{i_3} és P_{i_6} (lásd az *ábrát*). Mivel az e élen lévő két szög összege nagyobb, mint 180° és a $P_1P_2 \dots P_n$ sokszög konvex, azért a kiválasztott hat darab P_j pont az ábrán látható módon helyezkedik el. Az esetleg előfordulhat, hogy P_{i_2} és P_{i_3} egybeesik, P_{i_2} viszont nem lehet a $P_{i_3}P_{i_6}$ átló P_{i_1} -gyel átellenes oldalán, mert akkor a $P_{i_2}P_{i_6}$ átló metszené az $R_1R_2 \dots R_k$ k -szöget. Legyenek S_1 , S_2 és S_3 az ábrán látható átlók metszéspontjai. Ekkor az $R_1R_2S_1S_2S_3$ ötszög tartalmazza az $R_1R_2 \dots R_k$ k -szöget, s így az abban lévő Q_i pontot is. Az ötszöget viszont tartalmazza a $P_{i_1}P_{i_2}P_{i_5}$ háromszög, ezért feltételeink szerint a Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2} pontok közül ez a háromszög csak Q_i -t tartalmazza. Hasonlóan belátható, hogy a $P_{i_2}P_{i_4}P_{i_6}$ háromszög is csak Q_i -t tartalmazza. Mivel a $P_{i_1}P_{i_2}P_{i_5}$ és $P_{i_2}P_{i_4}P_{i_6}$ háromszögek együttesen lefedik a $P_{i_1}P_{i_2}P_{i_4}$ háromszöget, ez utóbbi háromszögben is csak a Q_i pont van a Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2} pontok közül. Ez viszont ellentmond annak, hogy a Q_i pont a $P_{i_1}P_{i_4}$ egyenesnek P_{i_2} -vel ellentétes oldalán van. Ezért eredeti feltevésünk hibás, vagyis mindegyik Q_ℓ pontnak egy háromszög alakú tartományba kell esnie.

Székelyhidi Gábor (Kuwait, New English School, 12. o.t.) dolgozata alapján

