

Ha $s = 2$, akkor $s - 1 = 1$ és így a maradék 0. Tegyük fel a továbbiakban, hogy $s > 2$. Jelölje S_i az $(s + 1)$ -es alapú számrendszerben felírt $\underbrace{ii \dots i}_{i\text{-szer}}$ számot.

$$S_i = i \cdot \underbrace{111 \dots 1}_{i\text{-szer}} = i \cdot ((s + 1)^{i-1} + (s + 1)^{i-2} + \dots + 1).$$

Az $(s + 1)$ -et $(s - 1)$ -gyel osztva a maradék 2, ezért S_i és $i(2^{i-1} + 2^{i-2} + \dots + 1) = i(2^i - 1)$ ugyanazt a maradékot adja $(s - 1)$ -gyel osztva.

Tehát $1 + 22 + \dots + ss \dots s$ ugyanakkora maradékot ad $(s - 1)$ -gyel osztva, mint

$$1(2^1 - 1) + 2(2^2 - 1) + \dots + s(2^s - 1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \dots + s \cdot 2^s - \frac{s(s + 1)}{2}.$$

Legyen

$$B = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + s \cdot 2^s - 2, \text{ ekkor } 2B = 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^2 + \dots + s \cdot 2^{s+1} - 4.$$

A két egyenlet különbsége:

$$B = -2^1 - 2^2 - \dots - 2^s + s \cdot 2^{s+1} - 2 = (s - 1)2^{s+1},$$

ami osztható $(s - 1)$ -gyel.

Tehát a feladatban meghatározandó mennyiség $\left(2 - \frac{s(s + 1)}{2}\right)$ -nek az $(s - 1)$ -gyel való osztási maradéka.

Ez 1, ha s páros, és $\frac{s + 1}{2}$, ha s páratlan.

Máthé András (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gimm., 11. o.t.) dolgozata alapján