Jelöljük a hiányzó elemeket az *1. ábra* szerint T, U, V, X, Y és Z-vel! Legyen S a bűvös állandó, azaz a sorokban, oszlopokban vagy átlókban szereplő számok összege. Igazak a következők:

$$S-c=U+Z(1)S-a=T+X(2)a+c=U+X(3)a+c=T+Z(4)$$

(1)-et és (2)-t, illetve (3)-at és (4)-et összeadva következik, hogy

$$2S-a-x=2a+2c, \qquad \text{így} \qquad S=3\cdot\frac{a+c}{2}.$$

Ebből sorra, egymás után kiszámolhatók az ismeretlen elemek:

$$V=3\cdot\frac{a+c}{2}-(a+c)=\frac{a+c}{2}, \qquad Y=3\cdot\frac{a+c}{2}-\frac{a+c}{2}-b=a+c-b.$$

(2)-ből (3)-at kivonva:

$$T-U=3\cdot\frac{a+c}{2}-2a-c, \qquad \text{másrészt} \qquad T+U=3\cdot\frac{a+c}{2}-b.$$

E két utóbbit összeadva és rendezve kapjuk, hogy

$$T=\frac{a+2c-b}{2}, U=3\frac{a+c}{2}-\frac{a+2c-b}{2}-b=\frac{2a+c-b}{2}, Z=3\frac{a+c}{2}-\frac{a+2c-b}{2}-c=\frac{a+b}{2}, X=3\frac{a+c}{2}-\frac{a+2c-b}{2}-a=$$

A *2. ábra* alapján is könnyen ellenőrizhető, hogy az így egyértelműen meghatározott elemekkel valóban bűvös négyzetet kaptunk.

Lakatos Szilvia (Budapest, II. Rákóczi F. Ált. Isk. 8. o.t.) megoldása alapján

Megjegyzés. A megoldásból következik és a **Gy. 3262.** megoldásában is szerepelt (ld. e szám 528. oldalán), hogy a bűvös állandó, az egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban álló elemek összege éppen a középső elem háromszorosa, így a középső elem a vele egy sorban, oszlopban vagy átlóban álló másik két elem számtani közepe.

Kiss Elemér: *Matematikai kincsek Bolyai János kéziratos hagyatékából* című könyvének 102–103. oldalán közöl egy olyan 3×3-as általános bűvös négyzetet, amelyet Bolyai János feljegyzései között talált (*3. ábrán*), de a hozzá fűzött magyarázatnak csak nagyon kis töredéke maradt meg.

Látható, hogy itt a három, kulcshelyzetet elfoglaló szám másképp helyezkedik el a bűvös négyzetben, azonban most is egyértelműen meghatározzák a többi hat számot. Ezt is abból kiindulva bizonyíthatjuk legkönnyebben, hogy a bűvös állandó a középső elem háromszorosa. Az érdeklődők megvizsgálhatják, mi a helyzet akkor, ha a 3×3-as bűvös négyzet más-más három elemét tekintjük adottnak, illetve milyen más általános alakban írható fel a bűvös négyzet.[1]

Berger György ny. tanár, Marosvásárhely

T	**b**	U
a	V	**c**
X	Y	Z

$\frac{a+2c-b}{2}$	b	$\frac{2a+c-b}{2}$
a	$\frac{a+c}{2}$	c
$\frac{c+b}{2}$	$a+c-b$	$\frac{a+b}{2}$

[1] Ajánlott irodalom:

Kiss Elemér: *Matematikai kincsek Bolyai János kéziratos hagyatékából,* Akadémiai Kiadó és TypoTEX Kiadó, Budapest, 1999

Bakos Tibor: *Ki tud többet a bűvös négyzetekről,* ELFT, Budapest, 1998

Berger György: *Bűvös négyzetek,* Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1986

x	y	$3b-x-y$
$4b-2x-y$	b	$2x+y-2b$
$x+y-b$	$2b-y$	$2b-x$