Állítsunk a gömb O_1 középpontján keresztük a vízszintes síkra merőleges síkot. Ez a sík a hengert egy körben metszi, amelynek a középpontját jelöljük O_2-vel, sugarát R-rel. O_2-ből a vízszintes síkra állított merőleges talppontja T, a két kör közös érintési pontja E, a közös érintő a vízszintes síkot az M pontban metszi.

Az $O_1O_2T\sphericalangle = O_1ME\sphericalangle = \alpha$, hiszen merőleges szárú hegyesszögek.

Az O_1O_2T háromszögből $\cos\alpha = \dfrac{R}{R+10}$, ahonnan

$$R = \frac{10\cos\alpha}{1-\cos\alpha}. \tag{1}$$

Ha $\alpha = 30°$, $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ és $R = 10\left(3+2\sqrt{3}\right) \approx 64,64$.

Azt állítjuk, hogy a $0 < \alpha \le 30°$ intervallumban ez a legkisebb R érték.

(1) jobb oldalát alakítsuk át a következőképpen:

$$10\frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = 10\frac{\cos\alpha - 1 + 1}{1-\cos\alpha} = 10\left(\frac{1}{1-\cos\alpha} - 1\right).$$

Ha $0 < \alpha < 30°$, akkor α csökkenésével $\cos\alpha$ nő, $1-\cos\alpha$ csökken, és $\dfrac{1}{1-\cos\alpha}$ nő (és persze -1-et levonva és 10-zel szorozva is nőni fog). Az $R : \alpha \to \dfrac{10\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$ függvény tehát szigorúan monoton csökkenő, ha $0 < \alpha < 90°$.

R tehát valóban $30°$-nál veszi fel a legkisebb értékét, ha $0 < \alpha \le 30°$.