I. megoldás. Az ABC háromszögben ($AB=AC$) a B csúcsból induló magasság talppontját jelöljük T-vel.

Az AMT háromszög hasonló BTC háromszöghöz, mindkettő derékszögű, és $MAT\sphericalangle = TBC\sphericalangle = \dfrac{\alpha}{2}$, hiszen merőleges szárú hegyesszögek. A hasonlóság miatt

$$\frac{AM}{BC}=\frac{AT}{BT}, \quad \text{innen} \quad AM = BC\cdot\frac{AT}{BT}. \tag{1}$$

Tudjuk, hogy $BC=a$, az ABT derékszögű háromszögből $\dfrac{AT}{BT}=\operatorname{ctg}\alpha$, ezeket helyettesítve (1)-be:

$$AM = a\cdot\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{\operatorname{tg}\alpha},$$

amit bizonyítani akartunk.

Gérecz Balázs (Pannonhalma, Bencés Gimn., 10. o.t.)

II. megoldás. Rajzoljuk meg az ABC egyenlő szárú háromszög ($AB=AC$) körülírt körét.

A C pont átellenes pontját a körön jelöljük C'-vel. A $C'BC$ háromszög derékszögű (Thálesz-tétel), és a kerületi szögek tétele szerint $BC'C\sphericalangle=\alpha$.

A $C'AC$ szög ugyancsak derékszög, így $C'A\perp AC$ és $BT\perp AC$ miatt $C'A \parallel BT$. Hasonlóan $C'B\perp BC$ és $AM\perp BC$ miatt $C'B\parallel AM$, azaz az $AC'BM$ négyszög paralelogramma, és így $AM=C'B$.

A $C'BC$ derékszögű háromszögből $\dfrac{BC}{C'B}=\operatorname{tg}\alpha$; $BC=a$ és $C'B=AM$ helyettesítéssel rendezés után a bizonyítandó $AM=\dfrac{a}{\operatorname{tg}\alpha}$ egyenlőséget kapjuk.

Király Péter (Budapest, Kaffka M. Gimn., 11. o.t.)