

Könnyen ellenőrizhetjük, hogy $p = +2$ nem megoldása a feladatnak, hiszen ekkor $4p + 1 = 4 \cdot 2 + 1 = 9$ nem prímszám.

A $p = -2$ -re viszont $2p + 1 = -3$, $4p + 1 = -7$, $6p + 1 = -11$, ez tehát megfelelő.

Kérdés, van-e más megoldása is a feladatnak.

Vegyük észre, hogy bármely p egészre p , $2p + 1$, $4p + 1$ közül pontosan egy osztható 3-mal, a $6p + 1$ viszont soha sem osztható 3-mal.

1. Ha p osztható 3-mal, akkor mivel prímszám, ez csak úgy lehet, hogy $p = \pm 3$.

és ha $p = -3$, akkor $2p + 1 = -7$, $4p + 1 = -13$, $6p + 1 = -19$ Ha $p = 3$, akkor $2p + 1 = 7$, $4p + 1 = 13$, $6p + 1 = 19$ és ha $p = -3$, akkor $2p + 1 = -5$, $4p + 1 = -11$, $6p + 1 = -17$.

Ekkor a kapott értékek mindegyike prímszám, tehát $p = \pm 3$ megoldás.

2. Ha 3 osztója a $(2p + 1)$ -nek, akkor a $2p + 1$ prímszám lehetséges értékei $2p + 1 = 3$, ahonnan $p = 1$, ami nem prímszám, vagy $2p + 1 = -3$, ahonnan $p = -2$, s erről már láttuk, hogy megoldás.

3. Hasonlóan, ha $4p + 1 = 3$, akkor $p = \frac{1}{2}$ nem egész szám, vagy $4p + 1 = -3$ és $p = -1$, ami nem prím.

Összefoglalva: p keresett értékei -2 és ± 3 , és több megoldás nincs.

Bartha Ágnes (Kézdivásárhely, Nagy Mózes Líceum, 9. o.t.)