

Az első 539 pozitív egész szám összege a számtani sorozat ismert összegképlete szerint:

$$S_{539} = \frac{539 \cdot 540}{2} = 145\,530.$$

Ahhoz, hogy a kiválasztott számok összege a fenti összegnek legalább egyharmada legyen és kevés számot kelljen kiválasztanunk az kell, hogy nagy számokat válasszunk.

Legyen a kiválasztott számok közül a legkisebb az x , a továbbiak $x + 1$, $x + 2$, \dots , 539.

Ezek összegéről, S' -ről azt akarjuk, hogy legalább egyharmada legyen S -nek, azaz

$$(1) \quad 48\,510 = \frac{145\,530}{3} \leq S' = \frac{n}{2}(x + 539),$$

ahol n a kiválasztott számok száma. Tudjuk, hogy a számtani sorozatban $a_n = a_1 + (n - 1)d$, esetünkben $d = 1$ és

$$539 = x + (n - 1) \cdot 1,$$

ahonnan $n = 540 - x$. Ezt (1)-be helyettesítve és rendezve:

$$(540 - x)(x + 539) \geq 97\,020.$$

Innen a következő másodfokú egyenlőtlenséghez jutunk:

$$x^2 - x - 194\,040 \leq 0.$$

A megfelelő egyenlet pozitív gyöke az $x = 441$; ez az egyenlőtlenség legnagyobb megoldása. Ha ez a legkisebb kiválasztott szám, akkor 99 számot kell kiválasztanunk.

Agócs Judit (Budapest, Árpád Gimn., 11. o.t.)