

Nem, az állítás nem igaz. Egy tórusz alakú bolygón építhető kilenc darab, a házakat és a kutakat összekötő, egymást nem metsző út. Ennek bizonyítására egy példát adunk. Felhasználjuk a tórusz egy egyszerű előállítását: Egy téglalap két szemben lévő élét összeragasztva egy hengert kapunk. Ha ennek a hengernek a két alaplapját ismét összeragasztjuk, akkor egy tórusz keletkezik (1. ábra). (Eljárásunk visszafelé is működik, ha a 2. ábrán látható tóruszt a berajzolt két körvonal mentén felvágjuk, akkor felszínét egy téglalappá simíthatjuk ki.)

Elegendő tehát egy téglalagra rajzolva megadni a konstrukciót. Ez látható a 3. ábrán. A téglalap szemközti élét összeragasztva egy tóruszt kapunk, aminek a felszínén az $A, A'; B, B'; C, C'$ és D, D' pontok páronként egybeesnek, s a házakat a kutakkal összekötő utak pedig a nem metszik egymást a tóruszon, hiszen a téglalapon sem metszették.

Vitéz Ildikó (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Meg lehet mutatni, hogy akárhogyan is helyezkedik el a 3 ház és a 3 kút a tóruszon, mindig építhető 9 darab, őket összekötő, egymást nem metsző út.

2. A tóruszon még 4 ház és 4 kút esetén is építhető 16, egymást nem metsző összekötő út (4. ábra), 5 ház és 5 kút viszont már nem köthető össze 25 egymást páronként nem metsző úttal.

3. A tórusz és a gömb eltérő viselkedésének az az oka, hogy a gömbfelszín ún. *egyszeresen összefüggő felület*, ami azt jelenti, hogy ha bármilyen zárt görbét rajzolunk rá, akkor a felületen lesznek olyan pontok – például az 5. ábrán látható A és B –, amelyeket nem tudunk összekötni úgy, hogy a zárt görbét ne messük. A tórusz viszont nem ilyen, a 2. ábrán látható két kör berajzolása után még mindig össze tudjuk kötni a felület két tetszőleges pontját úgy, hogy az összekötő görbe egyik körvonalat se messe.



