Alkalmazzuk 1999-szer a $2^{2^n}-1=\left(2^{2^{n-1}}-1\right)\left(2^{2^{n-1}}+1\right)$ azonosságot:

$$2^{2^{1999}}-1=\left(2^{2^{1998}}-1\right)\left(2^{2^{1998}}+1\right)=\left(2^{2^{1997}}-1\right)\left(2^{2^{1997}}+1\right)\left(2^{2^{1998}}+1\right)==\dots=\left(2^{2^0}+1\right)\left(2^{2^1}+1\right)\cdot\dots\cdot\left(2^{2^{1998}}+1\right).$$

Belátjuk, hogy a $2^{2^0}+1$, $2^{2^1}+1, \dots, 2^{2^{1998}}+1$ szorzótényezők páronként relatív prímek.

$2^{2^k}+1$ és $2^{2^k}-1$ relatív prímek, mert egymást követő páratlan számok. $\left(2^{2^k}-1\right)$-nek viszont osztója $2^{2^\ell}+1$, ha $\ell<k$, mivel az előzőek szerint

$$2^{2^k}-1=\left(2^{2^0}+1\right)\left(2^{2^1}+1\right)\dots\left(2^{2^{k-1}}+1\right).$$

Így $\ell<k$ esetén $2^{2^k}+1$ és $2^{2^\ell}+1$ relatív prímek.

$\left(2^{2^{1999}}-1\right)$-et tehát felbontottuk 1999 darab olyan 1-nél nagyobb szorzótényezőre, amelyek közül bármely kettő relatív prím. Ezért ennek a számnak valóban legalább 1999 különböző prímosztója van.

Vitéz Ildikó (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. o.t.)