Az állítás nem igaz, ha B és C egybeesik. Legyen például $n=4$, az A_1, A_2, A_3, A_4 pontok alkossanak négyzetet, B és C pedig essen egybe ezen négyzet átlóinak metszéspontjával. Ekkor a háromszög-egyenlőtlenség miatt a sík minden P pontjára igaz, hogy $A_1P+A_3P \ge A_1A_3 = A_1B+A_3B$ és $A_2P+A_4P \ge A_2A_4 = A_2B+A_4B$ (*1. ábra*), tehát

$$\sum_{i=1}^{4} A_iP \ge \sum_{i=1}^{4} A_iB = \sum_{i=1}^{4} A_iC.$$

Megmutatjuk, hogy ha viszont B és C különböző pontok, akkor igaz az állítás. Tegyük fel ennek az ellenkezőjét. Ekkor az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok nincsenek mind egy egyenesen, ezért biztosan van köztük egy olyan A_j pont, amelyik nincs rajta a BC egyenesen. Legyen a BC szakasz felezőpontja F, A_j' pedig A_j-nek az F-re vonatkozó tükörképe (*2. ábra*). Ekkor a tükrözés miatt $A_jC = A_j'B$, és így az A_jBA_j' nem-elfajuló háromszög oldalaira felírva a háromszög-egyenlőtlenséget kapjuk, hogy

$$A_jB + A_jC = A_jB + A_j'B > A_jA_j' = 2A_jF.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy minden A_i pont esetén

$$A_iB + A_iC \ge 2A_iF,$$

(egyenlőség csak akkor lehet, ha A_i rajta van a BC egyenesen). Ezeket összeadva és felhasználva, hogy az A_j pontra vonatkozó egyenlőtlenségben soha nincs egyenlőség, kapjuk, hogy

$$2d = \sum_{i=1}^{n} A_iB + \sum_{i=1}^{n} A_iC > 2\sum_{i=1}^{n} A_iF,$$

azaz $d > \sum_{i=1}^{n} A_iF$. Ez ellentmond feladatunk feltételeinek, tehát kezdeti feltevésünk hibás volt.

Az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok tehát valóban egy egyenesen vannak.

Megjegyzés. Könnyen látható, hogy egy egyenesen lévő $A_1, A_2, \ldots, A_n$ pontok esetén, ha n páros, léteznek a feladat feltételeinek eleget tevő különböző B és C pontok.

Koch Dénes (Linz, Akademische Gymnasium, 10. o.t.) dolgozata alapján