

Ha  $x$  és  $y$  nem negatív egészek, akkor négyzetre emelve az eredetivel ekvivalens egyenletet kapunk:

$$(1) \quad x + y + 2\sqrt{xy} = p.$$

$x$ ,  $y$  és  $p$  is egészek, így  $2\sqrt{xy}$  is egész, tehát  $\sqrt{xy}$  racionális, azaz  $\sqrt{xy}$  is egész kell legyen, tehát  $xy$  négyzetszám.

Legyen  $d$  az  $x$  és  $y$  legnagyobb közös osztója. Mivel  $d \mid x$  és  $d \mid y$ , így  $d^2 \mid xy$ , tehát  $d \mid \sqrt{xy}$ , ezért  $d$  osztója (1) bal oldalának, azaz  $d \mid p$ . Mivel  $p$  prím, így  $d = 1$  vagy  $d = p$  lehet.

Ha  $d = 1$ , akkor  $x$  és  $y$  relatív prímekek, ezért mivel  $xy$  négyzetszám,  $x$  és  $y$  is négyzetszám, és (1) miatt  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = p$ , ami lehetetlen, hiszen a  $p$  prím nem lehet négyzetszám. Így csak  $d = p$  állhat fenn, ekkor  $x$  és  $y$  közül az egyik  $p$ -vel, a másik 0-val egyenlő.

Az egyenletnek tehát csak  $x = 0$ ;  $y = p$  és  $y = 0$ ;  $x = p$  a megoldásai.

*Koch Dénes* (Linz, Akademisches Gymn., 10. o.t.) dolgozata alapján