Használjuk az *1. ábra* jelöléseit. Keressünk kapcsolatot a háromszögek oldalvektorai között. Könnyen látható, hogy

$$\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_1A'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'B_1} \quad \text{és}$$
$$\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1},$$

ezeket összeadva:

$$2\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AB}, \tag{1}$$

hiszen a jobb oldali első és harmadik tagok összege zérusvektor. Hasonlóan kapjuk, hogy

$$2\overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{BC} \tag{2}$$

és

$$2\overrightarrow{C_1A_1} = \overrightarrow{C'A'} + \overrightarrow{CA}. \tag{3}$$

Rajzoljuk le ezután újra az ABC háromszöget, és a megfelelő csúcsaihoz mérjük föl nagyság és irány szerint az $\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{B'C'}$ és $\overrightarrow{C'A'}$ vektorokat a *2. ábra* szerint. Így az ABC háromszög oldalaihoz illeszkedő három – esetleg elfajuló – háromszöget kapunk, amelyek harmadik oldalának vektora rendre

$$2\overrightarrow{A_1B_1}, \quad 2\overrightarrow{B_1C_1}, \quad 2\overrightarrow{C_1A_1}. \tag{2}$$

Ez a három háromszög hasonló. Ez abból következik, hogy az ABC és $A'B'C'$ azonos körüljárási irányú hasonló háromszögek megfelelő oldalpárjai egymáshoz képest ugyanakkora szöggel vannak elforgatva, tehát a szóban forgó három háromszögben egyenlő két megfelelő oldalpár aránya és ezek közbezárt szöge. De akkor a (4) alatti vektorok abszolútértékére:

$$\frac{|2\overrightarrow{A_1B_1}|}{AB} = \frac{|2\overrightarrow{B_1C_1}|}{BC} = \frac{|2\overrightarrow{C_1A_1}|}{CA}, \tag{5}$$

amiből $A_1B_1C_1\triangle \sim ABC\triangle$. Mivel az (5) összefüggés az elfajuló esetben is érvényes, a feladat állítását bebizonyítottuk.

Kovács Erika (Budapest, Árpád Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján