Vizsgáljuk meg először, hogy n egyenes maximálisan hány részre osztja fel a síkot. Az *ábra* első két egyenesével $2+2$ tartomány keletkezik. Könnyen látható, hogy minden további egyenes akkor hozza létre a legtöbb új síkrészt, ha a már korábban felvett egyenesek egyikével sem párhuzamos, és nem megy át két megelőzően felvett egyenes metszéspontján. Ennek megfelelően pl. a negyedik egyenes az első három mindegyikét más-más pontban metszi, és a három „új” metszéspont ezt az egyenest az a, b, c, d szakaszokra bontja. A négy intervallumnak megfelelően négy „új” síkrész jön létre. Ugyanígy beláthatjuk, hogy az n-edik egyenest fölvéve legfeljebb n „új” síkrész keletkezik. Ezért n egyenes legfeljebb $N=2+2+3+\dots+n$ részre osztja a síkot.

Ismeretes, hogy $1+2+3+\dots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$, így

$$N=1+\frac{n(n+1)}{2}. \tag{1}$$

Az (1) képletből $n=44$ esetén $N=991$, tehát 44 egyenes még kevés.

Megmutatjuk, hogy 45 egyenessel az 1000 részre osztás lehetséges. Mivel (1)-ből $n=45$-re 1000-nél nagyobb szám adódik, egy ponton át 2-nél több egyenest próbálunk felvenni. Vegyünk föl 10, egy ponton átmenő egyenest; ezek 20 részre osztják a síkot. A tizenegyedik és minden további egyenest úgy vesszük föl, hogy ne menjen át semelyik korábban létrejött metszésponton, és ne legyen párhuzamos egyik korábban felvett egyenessel sem. Így a tizenegyedik egyenes 11, a tizenkettedik 12, ..., a negyvenötödik 45 „új” síkrészt hoz létre. A síkrészek száma ezzel

$$20+11+12+\dots+45=1000.$$

Deli Lajos (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 10. o.t.) *Ta Vinh Thong* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 9. o.t.)

Megjegyzések. 1. A megoldásban nyilvánvalónak vettük, bár indoklásra szorulna, hogy az n-edik egyenes felvehető úgy, hogy mindegyik korábban megrajzolt egyenest messe, és egyikkel se legyen párhuzamos.

2. Az (1) képletet a megoldók többsége teljes indukcióval igazolta.