A k_1, k_2 körök középpontját jelöljük O_1 és O_2-vel, sugarát r_1 és r_2-vel, és legyen $r_1 \geq r_2$. A két kör közös pontja E, az érintési pontok k_1-en E_1, k_2-n E_2. E_1 és E_2 merőleges vetülete az O_1O_2 centrálisra T_1, illetve T_2. A forgatáskor keletkezett csonkakúp alapköreinek sugarai $E_1T_1 = R$, $E_2T_2 = r$, palástjának alkotója $E_1E_2 = a$.

Ismeretes, hogy a csonkakúp palástjának területe:

$$P = \pi(R + r)a. \tag{1}$$

Mivel O_1E_1 és O_2E_2 merőlegesek E_1E_2-re, ha O_2-ből párhuzamost húzunk E_1E_2-vel, amelynek metszéspontja O_2E_2-vel G, akkor $O_1O_2 = r_1 + r_2$ és $O_1G = r_1 - r_2$, így az O_2GO_1 derékszögű háromszögből

$$a = E_1E_2 = O_2G = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{4r_1r_2}. \tag{2}$$

A $T_1T_2E_2E_1$ derékszögű trapézban a szárak: $E_1T_1 = R$ és $E_2T_2 = r$. Messe az E-ben húzott közös érintő az E_1E_2 egyenest F-ben. Tudjuk, hogy egy külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok hossza egyenlő, azért $FE_1 = FE = FE_2$. FE merőleges O_1O_2-re, vagyis FE a trapéz középvonala:

$$\frac{R + r}{2} = FE = FE_2 = FE_1.$$

Azt kaptuk, hogy $R + r$ egyenlő az alkotóval, E_1E_2-vel. $E_1E_2 = R + r = \sqrt{4r_1r_2}$, és (1)-be helyettesítve:

$$P = \pi(R + r)a = \pi\sqrt{4r_1r_2} \cdot \sqrt{4r_1r_2} = 4\pi r_1r_2.$$

Gajdos Béla (Ukrajna, Beregszász, Bethlen G. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. A megoldás során lényegében azt láttuk be, hogy mind a körök közös E_1E_2 érintője, mind pedig az $R + r$ összeg egyenlő a két kör átmérőjének a mértani közepével.