

Ha a 687-napos „Mars-év” x darab 26-napos és y darab 29-napos hónapból áll, a Nyírbálók javaslata pedig ezt p darab 27-napos és q darab 31-napos hónapra változtatná, akkor – alkalmas x, y, p, q pozitív egészekkel

$$26x + 29y = 687 \quad \text{és (1)} \quad 27p + 31q = 687, \quad \text{továbbá (2)}$$

a Nyírbálók szándéka szerint $p + q < x + y$.

(1)-ből $26x + 26y < 687 < 29x + 29y$, ahonnan

$$(1') \quad 23 < \frac{687}{29} < x + y < \frac{687}{26} < 27,$$

$x + y$ lehetséges értékei tehát 24, 25 és 26.

Hasonlóan kapjuk (2)-ből, hogy $27p + 27q < 687 < 31p + 31q$, azaz

$$(2') \quad 22 < \frac{687}{31} < p + q < \frac{687}{27} < 26,$$

így $p + q$ lehetséges értékei: 23, 24 és 25.

A nagyratörő reform tehát megvalósíthatónak látszik, de gondoljuk meg, hogy x, y, p és q is egész számok.

(1)-ben mindkét oldalhoz $(x + y)$ -t, (2)-ben pedig mindkét oldalhoz $(p + q)$ -t adva

$$27x + 30y = 687 + x + y, \quad (3) \quad 28p + 32q = 687 + p + q. \quad (4)$$

(3) bal oldalán 3-mal, (4) bal oldalán pedig 4-gyel osztható szám áll. Mivel 687 osztható 3-mal, 4-gyel osztva pedig 3-at ad maradékul, azért $x + y$ 3-mal osztható, $p + q$ pedig 1 maradékot ad 4-gyel osztva.

A lehetséges értékek közül ez egyedül az $x + y = 24$ és a $p + q = 25$ esetben teljesül, dacára a rövidebb hónapoknak.

A Nyírbálók próbálkozása tehát nem sikerülhet, a reform után a hónapok száma nem csökken, hanem nő.

Megjegyzés. A teljesség kedvéért ellenőrizhető, hogy $x + y = 24$ és $p + q = 25$ választással valóban létezik a 687-napos év adott hosszúságú hónapokra történő felosztása. (A megoldás során csupán e felosztások szükséges feltételeit használtuk.)

Ha $x + y = 24$, akkor $3y = 687 - 26(x + y) = 63$, így $y = 21$ és $x = 3$, ha pedig $p + q = 25$, akkor $4q = 687 - 27(p + q) = 12$, azaz $q = 3$ és $p = 22$.