Legyenek az A és a B számjegyei sorban: $a_8,\ a_7,\ a_6,\ a_5,\ a_4,\ a_3,\ a_2,\ a_1,\ a_0$, illetve $b_8,\ b_7,\ \dots,\ b_1,\ b_0$.

$$A = \overline{a_8a_7\dots a_1a_0}; \qquad B = \overline{b_8b_7\dots b_1b_0}.$$

Ha A első, második stb. számjegyét kicseréljük a B megfelelő helyiértékén álló jegyével, 9 számot kapunk:

$A_8 = \overline{b_8a_7\dots a_1a_0}$; $\quad 7 \mid A_8 A_7 = \overline{a_8b_7\dots a_1a_0}$; $\quad 7 \mid A_7 \vdots A_1 = \overline{a_8a_7\dots b_1a_0}$; $\quad 7 \mid A_1 A_0 = \overline{a_8a_7\dots}$

Adjuk össze ezeket a számokat:

$$7 \mid A_8 + A_7 + \dots + A_1 + A_0 = 8A + B.$$

Mivel $7 \mid 7A$, így $7 \mid (8A+B) - 7A = A + B$. Ekkor azonban $7 \mid A + B + A_i$ $(i = 0,\ 1,\ \dots,\ 8)$ is fennáll.

$A + B - A_8 = B_8 = \overline{a_8b_7\dots b_1b_0}$; $A + B - A_7 = B_7 = \overline{b_8a_7\dots b_1b_0}$; $\vdots$ $A + B - A_1 = B_1 = \overline{b_8b_7\dots a_1b_0}$; $A + B - A_8 = B_0 = \overline{b_8b_7\dots}$

$B_0,\ B_1,\ \dots,\ B_7,\ B_8$ éppen azok a számok, amelyeket akkor kapunk, ha B megfelelő jegyét kicseréljük A-éra. Ezek a számok pedig a fentiek szerint valóban oszthatók 7-tel.

Megjegyzés. A feladat állítása akkor is igaz, ha n-jegyű számokra és $(n-2)$-vel való oszthatóságra mondjuk ki. A bizonyítás teljesen hasonló.

Somogyi 555 Tamás (Budapest, Szent István Gimn., 10. o.t.) és *Szilágyi Tamás* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 10. o.t.) dolgozatai alapján